

チープトークと効率性

石井良輔

1 はじめに

調整ゲームなど複数のナッシュ均衡が存在するゲームにおける均衡選択問題について、進化ゲーム理論は大別して二通りの結論を用意してきた。たとえば 2×2 ゲームでリスク優越均衡と利得優越均衡が異なるものである場合には、Kandori et al. (1993) や Young (1993) などはリスク優越均衡、事前コミュニケーションを導入するタイプの研究では利得優越均衡が選択されるという結論であった。本稿では、後者に関する今までの研究を概観し、事前コミュニケーションとしてチープトークを導入するだけでは、パレート効率的な結果をもたらす均衡のみならず、基となるゲームにおける相関均衡に対応するパレート効率的でない結果をもたらす均衡も進化的に安定となることを示す。

事前コミュニケーションがパレート効率的な結果の選択をもたらすというアイデアは Robson (1990) までさかのぼる。カギになる概念は「密約 (secret handshake) である。生物学的な解釈では、事前コミュニケーションは形質に相当する。たとえば、毒々しい皮膚の色は、「私を食べたら毒にやられて死んでしまうぞ」というメッセージを送ることと同一視できる。Robson (1990) は、事前コミュニケーションの追加により、パレート効率的でない結果の不安定化を以下のように行っている。

現在、皆がパレート効率的でない結果をプレイしている状況であるとして、突然変異により、現在誰も送っていないメッセージを送る個体が生まれたとする。この突然変異体は、大多数が送っている既存メッセージを受信したときにはその相手と同じパレート効率的でない結果をプレイし、自分と同じ新メッセージを送っている個体（すなわち自分と同じ突然変異を起こした「自分の仲間」）に対してはパレート効率的な結果をプレイする、というものである。事前コミュニケーション段階で、相手プレイヤーのもつ遺伝子（戦略）が自分の遺伝子と同じか否かを判別して、同じ遺伝子をもつ相手には互惠的な行動をとるという意味において、あたかも密約を行っているかのような状況をつくりだすことに成功したのである。

生物学的な解釈では、戦略の集合が、メッセージとメッセージ集合から行動集合への写像の全組み合わせにならなくとも問題ないかもしれない。ある写像については遺伝子がそれを構成できない可能性があるからである。それとは対照的に、経済学的な解釈では、事前に交わしたメッセージの組み合わせ如何でとれなくなる行動は存在するのは不自然なので、すべての写像を考える必要が出てくる。この発想に基づいて、チープトークモデルを構築すると、静学的な

安定性概念である進化的に安定な戦略や中立安定戦略として、パレート効率的でない結果をもたらすものも生き残るのがある。

第2節では安定性概念の定義を行う。第3節および第4節では簡単な例を用いて、今までのチーフトークゲームの研究結果を概観し、パレート効率性達成がいかにかに困難であるかを見る。第5節で結論を簡単に述べる。

2 進化的安定性

ある対称戦略型ゲーム $G = \langle N = \{1, 2\}, \Sigma \times \Sigma, u \times u \rangle$ を考える。ただし、 N はプレイヤーの集合、 Σ は対称な戦略集合、 u は対称な利得関数である。自分が戦略 $\sigma \in \Sigma$ 、相手が戦略 $\sigma' \in \Sigma$ をプレイしたときのそのプレイヤーの利得は $u(\sigma, \sigma')$ で表わされる。

静学的な進化安定性として多く用いられているのは進化的に安定な戦略である。

定義1 ある戦略 σ が進化的に安定な戦略であるとは、

$$\forall \sigma' \neq \sigma, u(\sigma, \sigma) \geq u(\sigma', \sigma) \text{ \& } [u(\sigma, \sigma) = u(\sigma', \sigma) \Rightarrow u(\sigma, \sigma') > u(\sigma', \sigma')]$$

が成り立っているときにいう。

解釈は以下の通り。多くのエージェントがこのゲームを総当たり戦でプレイしており、個々の対戦で得た利得の平均がそのエージェントの利得となる。今、すべてのエージェントが同一の戦略 σ をプレイしているとしよう。ここで、非常に少数のエージェントが突然変異をおこして、戦略 σ' をプレイするようになった。圧倒的多数である既存戦略 σ をプレイする個体と対戦するときには、既存個体の方が突然変異体よりは悪くないパフォーマンスをあげる。もし突然変異体がなかなかよい戦略をプレイしていて、対既存個体戦で既存個体と同じだけのパフォーマンスならば、少数派である突然変異体と対戦するときには、既存個体の方が突然変異体よりも厳密によいパフォーマンスをあげる、というものである。突然変異をおこす個体の比率が十分小さいならば、一旦戦略 σ が流布してしまえば、いかなる突然変異に対しても現状が頑健であるという意味において、確かに安定な状態を記述している。

進化的に安定な戦略は、存在するならば、非常に頑健な安定性をもつが、展開型ゲームの戦略型表現に適用すると、存在自体がかなり困難になる。到達しない情報集合での行動のみ異なるという突然変異を考えれば、最後の厳密な不等号が成立しなくなるからである。そこで、展開型ゲームの進化を考えるときには、統合つきの不等号に置き換えた、より緩い中立安定戦略を用いることが多い。

定義2 ある戦略 σ が中立安定戦略であるとは、

$$\forall \sigma' \neq \sigma, u(\sigma, \sigma) \geq u(\sigma', \sigma) \text{ \& } [u(\sigma, \sigma) = u(\sigma', \sigma) \Rightarrow u(\sigma, \sigma') \geq u(\sigma', \sigma')]$$

が成り立っているときにいう。

3 静学モデル

次の対称 2×2 調整ゲームを考えよう。

事前コミュニケーションなしの場合 (B, B) も (A, A) もともに進化的に安定な戦略であり、均衡選択は行われない。ここで事前にメッセージを交換できるようにすると、パレート効率的で

	A	B
A	2,2	0,0
B	0,0	1,1

ない結果 (B, B) は中立安定ですらなくなってしまう。メッセージ集合を $M = \{m_1, m_2, m_3\}$ としよう。

例1 戦略 σ を、 m_1 を送り、メッセージ組に関係なく B をプレイするものとする、 σ は中立安定戦略ではない。実際、突然変異戦略 σ' (m_2 を送り、相手プレイヤーのメッセージが m_1 であれば B をプレイし、相手プレイヤーのメッセージが m_2 であれば A をプレイする) が存在するからである。

残念ながら、 (B, B) を除外すれば問題が解決できるわけではない。Wärneryd (1998) や Schlag (1993 and 1994) は、基の調整ゲームでは戦略組にすらなっていなかった相関均衡結果が、チープトークの導入によって進化的に安定な戦略になっていることを指摘している。

例2 すべてのメッセージを等確率 $1/3$ で送り、自分の送ったメッセージと自分の受け取ったメッセージが同じであれば B をプレイし、違えば A をプレイする、という戦略は進化的に安定な戦略である。

Banerjee and Weibull (2000) は、チープトークつき 2×2 調整ゲームのすべての中立安定戦略結果を導出した。そこでは、必ずしもすべてのメッセージが送られているわけではないものの中立安定な結果についての特徴付けがなされている。

例3 メッセージ m_1 と m_2 を等確率 $1/2$ で送り、自分の送ったメッセージと自分の受け取ったメッセージが同じであれば B をプレイし、そのメッセージ組が $\{m_1, m_2\}^2$ に属しておりかつ違えば A をプレイし、そうでなければ $(1/3)A + (2/3)B$ をプレイする、という戦略は中立安定戦略である。

4 動学モデル

Kim and Sobel (1995) は、有限人のエージェントが近視眼的に戦略を更新していくという動学モデルを提案している。プレイヤーの数と同じだけの役割が存在し、その役割ごとに同質なエージェントが、自分の所属する役割以外のエージェントと総当たり戦を行い、その平均利得を利得とする。エージェントは原則として一度プレイすると決めた戦略は変更せず、各期の総当たり戦すべてにおいて同じ戦略をプレイする。各期に確率的に少数のエージェントが戦略変更の機会を得て、その期他エージェントの戦略組に対して良反応を行う。この確率過程は、数学的にはマルコフ過程として記述できる。その再帰類を安定集合と呼び、安定集合内の戦略組(状態)を長期的に達成可能な戦略組とみなすのである。Kim and Sobel (1995) では密約がうまく機能し、安定集合にはパレート効率的な結果 (A, A) をもたらず戦略組のみが含まれることになる。

Ishii (2013) は、Kim and Sobel (1995) と同様の分析を単一集団動学に限定して行っている。すなわち、役割ごとにエージェントの集団を分割するのではなく、每期すべてのエージェントは自分以外の全エージェントと対戦し、その平均利得を得るのである。瑣末に見えるかもしれないが、この変更によって、パレート効率的でない安定集合に到達可能な経路が生じてしまうのである。

例4 エージェントの数が $3N$ のとき、各メッセージ m_1, m_2, m_3 をそれぞれ N 人のエージェントが送り、自分の送ったメッセージと自分の受け取ったメッセージが同じであれば B をプレイし、違えば A をプレイする、という戦略組は安定集合に含まれる。

上の例では、たとえばメッセージの数が無限に大きくなればエージェントの利得もパレート効率的なものに近づくので、大きな問題は生じないように見えるかもしれない。しかし、 3×3 以上の調整ゲームを考えるとこの限りでないことがわかる。

例5 基となる対称調整ゲームを

とし、メッセージ集合を M 、エージェントの数を $|M|N$ ($N \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$) とする。このとき、各メッセージをそれぞれ N 人のエージェントが送り、自分の送ったメッセージと自分の受け取った

	A	B	C
A	3,3	0,0	0,0
B	0,0	2,2	0,0
C	0,0	0,0	1,1

メッセージが同じであれば C をプレイし、違えば B をプレイする、という戦略組は安定集合に含まれる。

各メッセージを送るエージェントの数が均等にならない例も考えられる。

例6 基となる対称調整ゲームを

メッセージ集合を $M = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6\}$ 、エージェントの数を $39N$ ($N \in \mathbb{N}$) とする。このとき、メッセージ m_1, m_2, m_3 をそれぞれ $7N$ 人のエージェントが送り、メッセージ

	A	B	C	D	E
A	5,5	0,0	0,0	0,0	0,0
B	0,0	4,4	0,0	0,0	0,0
C	0,0	0,0	3,3	0,0	0,0
D	0,0	0,0	0,0	2,2	0,0
E	0,0	0,0	0,0	0,0	1,1

m_4, m_5, m_6 をそれぞれ $6N$ 人のエージェントが送り、自分の送ったメッセージと自分の受け取ったメッセージの組が $(m_1, m_1), (m_2, m_2), (m_3, m_3)$ であれば E をプレイし、 $(m_4, m_4), (m_5, m_5), (m_6, m_6)$ であれば D をプレイし、 $(m_4, m_5), (m_5, m_4), (m_5, m_6), (m_6, m_5), (m_6, m_4), (m_4, m_6)$ であれば C をプレイし、 $(m_1, m_2), (m_2, m_1), (m_2, m_3), (m_3, m_2), (m_3, m_1), (m_1, m_3)$ であれば B をプレイし、いずれでもなければ A をプレイする、という戦略組は安定集合に含まれる。

5 おわりに

本稿では、調整ゲームの均衡選択問題について、事前コミュニケーションとしてのチープトークの導入による解決がいかに困難であるかを概観した。Schlag (1993, 1994) も指摘しているように、複数集団の設定は協調装置となり得、単一集団を前提とした分析では (進化的に安定な集合であれ、単一集団動学であれ) パレート効率的でない結果も安定になってしまう。このことは、パレート効率的でない結果をもたらす戦略が現実の社会現象をうまく記述していることを含意しないことは強調すべきかもしれない。むしろ、この均衡選択できないという結果は、現実のコミュニケーションが単純なチープトークに限らないことを暗示していると解釈すべきであろう。今後は、様々な形式の事前コミュニケーションに関して、さらなる分析が求められる。

参考文献

- [1] Ishii, R., 2013. "Pre-play Communication Games in a Single Population Dynamic," *mimeo*.
- [2] Kandori, M., Mailath, G. J., and Rob, R., 1993. "Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in

Games," *Econometrica* **61**, pp. 29-56.

- [3] Kim, Y.-G. and Sobel, J., 1995. "An Evolutionary Approach to Pre-Play Communication," *Econometrica* **63**, pp. 1181-1193.
- [4] Schlag, K., 1993. "Cheap-Talk and Evolutionary Dynamics," Economics Department Disc. Paper B-242, Bonn University.
- [5] Schlag, K., 1994. "When Does Evolution Lead to Efficiency in Communication Games," Economics Department Disc. Paper B-299, Bonn University.
- [6] Wärneryd, K., 1998. "Communication, Complexity, and Evolutionary Stability," *International Journal of Game Theory*, **27**(4), pp. 599-609.
- [7] Young, P., 1993. "The Evolution of Conventions," *Econometrica* **61**, pp. 57-84.