

# 教科書に見る拡大図・縮図の指導の問題点とその改善策

## Improvement Plan of the Instruction Method about "Enlarged Drawing, Reduced Drawing" Shown in the Elementary School Textbook

松 丸 剛

Tsuyoshi MATSUMARU

### はじめに

「拡大図・縮図」の指導について、「縮尺の小単元で、児童が混乱しているがどうしてなのかよく分からない」という疑問を受けることが多い。そこで、現行の教科書に見られる「拡大図・縮図」の内容について調べ、その問題点を明らかにするとともに、その解決策を探った。

### 1. 拡大図・縮図の学習と「同じ形」の学習との違い

拡大図・縮図は、原図をもとにスケール用紙を用いて描かれた図である（佐藤 .2009）。教科書では、この立場でスケール用紙、あるいは、方眼を用いて描かれた原図と拡大図や縮図を提示することが多い。学習指導の場では、方眼の使い方を比較し、どのように描かれたかを問題にしていく。そうして、横に2倍、縦にも2倍になっているとき、「同じ形」になることを指摘する活動が展開されている。

拡大図・縮図を調べる活動は、2つの図形について一方の図形を他方の図形をもとにどのようにして描いたのか調べるという観点で行われる。したがって、対応する角の大きさや辺の長さに着目して図形を調べる活動は、その次の活動となる。このことが、次のような問題を引き起こす可能性を高めている。

原図と拡大図について、対応する角の大きさがそれぞれ等しく、対応する辺の長さは、どちらも2倍になっていることを見いだしたとき、辺の長さの比は1:2と表すことができる。1に相当する図は原図に当たり、2は拡大図となる。多くの場合、原図が左にあるので辺の長さの比を1:2と表現する。このように指導すると、児童の多くは、1:2が2倍の拡大図を表しているように解釈してしまう。しかし、この表現は、 $\frac{1}{2}$ の縮図の表現である。比の後項が基準とする大きさであり、前項が比べる大きさであることを意識すればこのようにはならない。

従って、このような誤解を防ぐには、拡大図を左に置き、原図を右に置いて拡大図の辺の長さは、原図の2倍になっていること、これを比で表すと2:1と表せるというように指導しなければならないのである。

一方、相似な図形やそうでない図形を提示して、「同じ形と見られるのは、どれとどれか。」

と働きかけ、「何が同じだから同じ形と見られるのか。」という課題を解決するように働きかける指導について考えてみよう。

この場合、図形を観察することで、「対応する角の大きさがそれぞれ等しいから同じ形に見られるのだろう」という見通しによって、図形の重ね合わせによってそれを確かめることができる。この「重ね合わせて比べる」という活動は、合同の学習で行ってきたことである。さらに、この活動はものを比べる際に、これまで常に用いてきた「直接比較」であり、実感的な理解には欠かせない活動である。なお、調べる図形が三角形であれば、対応する角の大きさが等しければ、それだけで「同じ形」となる。しかし、四角形以上では、角の大きさが等しくとも「同じ形」とはならない。このことに留意して指導しなければならない。

次に、比による表現については、「2つの図形A、Bが「同じ形」であり、対応する辺の長さの比が1:2であるとき、AはBの $\frac{1}{2}$ の縮図、2:1のとき、AはBの2倍の拡大図という。」というように指導できる。誤解を与える指導を避けることができるのである。これは、考える対象となる図形を左に置き、基準とする図形を右に置くことができるからである。

## 2. 現行教科書に見る拡大図・縮図の扱い

前述のような観点で、現行教科書がどのようになっているか分析してみよう。

(1)スケール用紙の考え方に近い方眼を用いた図を示し、原図をどのように変えたかを問う。(啓林館)

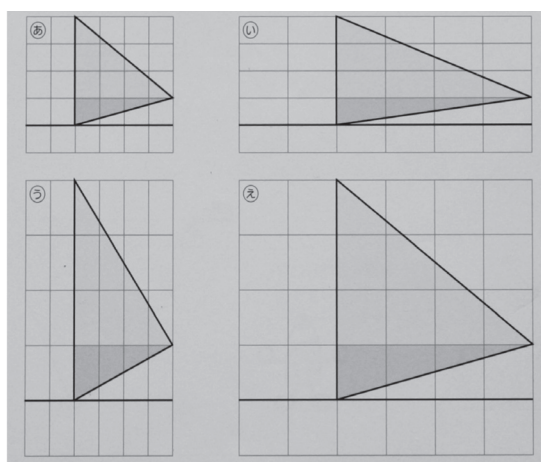


図1：啓林館

左の図の上に次のような指示が書かれている。

「下の図形で㊦のかたちと㊩、㊪、㊫の形を比べてみましょう。」

この次の頁に

「㊦をどのように変えると、㊩になりますか。㊦の形を紙に写して、㊩に重ねてみましょう。㊩は㊦を横にのばしたもので、大きさも形もちがいます」

と書かれている。

啓林館は、方眼を用いてはいるが、実際に重ねる活動を重視していることが伺える。

しかし、「どのように変えると」という表現から「同じ形に見えるのはなぜか」という発想ではないことが分かる。「拡大する」「縮小する」の意味を説明した後、「拡大した図形や縮小した図形について、くわしく調べていきましょう。」というように指示していることからそれが伺える。

なお、用いている形が三角形であり、対応する角が等しければ同じ形になる、あるいは、対応する辺の長さの比が等しければ同じ形になるという誤解を招く恐れがある。

長さの比の表現は、「㉑と㉒の対応する直線の長さの比は、どれも1:2です。」となっている。拡大図、縮図の定義では、別に三角形を提示して、1:2が拡大図を意味していないという配慮は伺える。しかし、ここで、比を用いて1:2が $\frac{1}{2}$ の縮図を表し、2:1が2倍の拡大図を表しているという表現が無いのが残念である。

(2) 普通の方眼紙に描かれた図を示し、どの図をどのように伸ばしたのか、どのように縮めたのか問う。(日本文教出版)

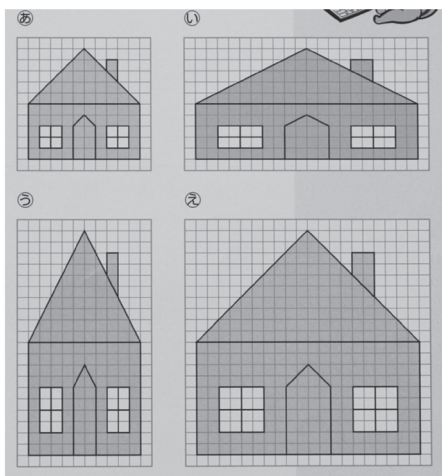


図2：日本文教出版

日本文教出版も「拡大する」「縮小する」という言葉の意味から導入している。啓林館と大きく異なる点は、写し取って重ねて比べる活動を全く想定していない点である。提示している図は、家の形で窓なども描かれていることや次の頁に「長さをはかって」という助言が書かれていることから明らかである。

比による表現は、縮図と縮尺の小単元で扱っている。このことで、比による表現の誤解が生じないようにしていることが分かる。

(3) スケール用紙を用いて描かれた図を示し、同じ形と見られる図を指摘し、対応する辺の長さの比や対応する角の大きさを調べることを指示する。(東京書籍)

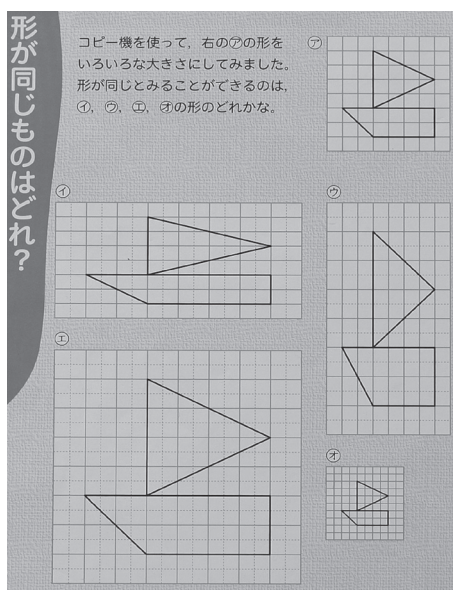


図3：東京書籍

図3のように、佐藤氏の言うスケール用紙に図を描いている。しかし、コピー機を使っていろいろな大きさにしてみたという想定は不自然ではないだろうか。

同じ形に見えるものはどれか指摘させた後、3倍のスケール用紙を用いて縦と横の長さをそれぞれ3倍にした図を描かせている。その後、もとの形㉑と形が同じで大きさの違う㉒の形について、対応する辺の長さの比や対応する角の大きさを調べるように指示している。

比による表現は、「比を調べよう」とあり、積極的である。

「㉑と㉒の形では、対応する辺の長さは、どれも1:2で等しくなっています。」という表現の数行後に、「もとの図に対して、対応する辺の長さを2倍にし

た図をもとの図の「2倍の拡大図」といいます。」という表現がある。これは、1:2が拡大図

を表す表現であるという誤解を招く表現になっていると言えよう。

角の大きさや辺の長さをどのように調べるかの指示は無い。重ね合わせて比べることの指示や助言もない。どのように調べるかは「児童が自ら考えること」となっている。

(4) 方眼に描かれた図を示し、縦、横の長さをそれぞれ何倍にしているかを問う。(大日本図書)

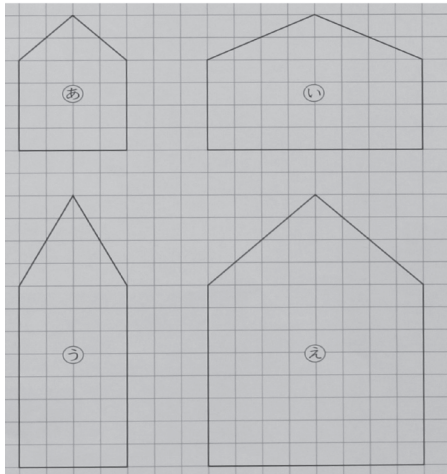


図4：大日本図書①

図4のように長方形と三角形とで構成した図を方眼紙に描いて提示している。そして、あと同じ形に見えるのはい、う、えのどれか問いかけている。

方眼を数えることで、縦、横の長さをそれぞれ何倍になっているかを調べ、同じ形に見えるわけを説明することを期待している。ここで縦、横と言っているのは、方眼の数を縦、横に何倍にして用いているかを調べさせようという意味であろうと思われる。ここでは、角の大きさを問題にしていない。

図について調べるように問いかけているが、実は方眼をどのように用いて描いたかを問いかけているのである。

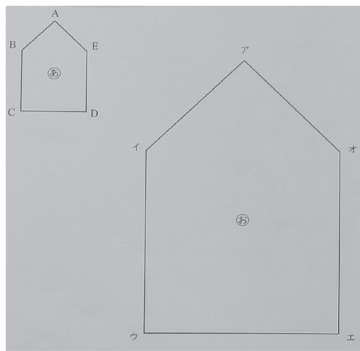


図5：大日本図書②

次に図5のように方眼を使わないであと同じ形に見えるわけを調べるにはどうしたらよいか問いかけている。そして、対応する辺の長さの比や対応する角の大きさを調べるように指示している。

児童は、方眼がなければ、初めから辺の長さや角の大きさを比べてみようとするはずである。導入での方眼を用いた図との関連が薄い。

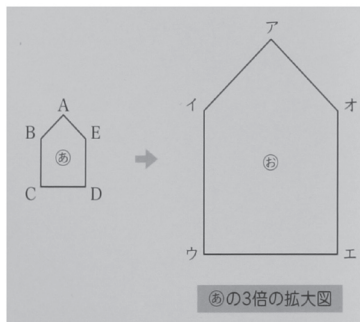


図6：大日本図書③

比を用いた表現では「あといでは、対応する辺の長さの比は、全部1：3で等しく…中略…同じ形に見えます。」「対応する辺の長さの比が全部等しく、対応する角の大きさがそれぞれ等しくなるようにのびした図を拡大図といいます。」となっている。さらに、図6を示しているため1：3が3倍の拡大図を表しているという誤解を生じるもととなっている。あ(3)の図を左に配置し、辺の長さが3：1であるとすべきである。

(5) 方眼を用いて描いた図を示し、同じ形はどれか問いかけた後、辺の長さや角の大きさを測って比べるように指示する。(学校図書)

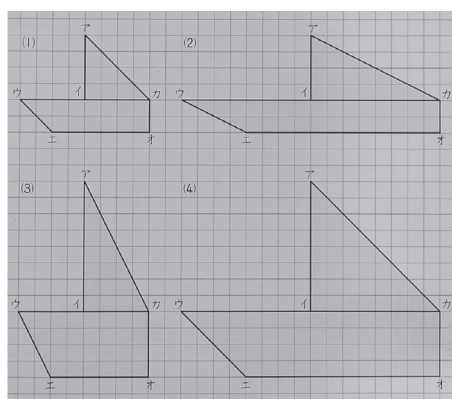


図7：学校図書

図7のように方眼に描いた図を示し、「(2)、(3)、(4)の形で(1)と同じ形はどれでしょうか。」と問いかけている。次に、縦、横という視点ではなく、辺の長さや角の大きさに着目して調べるように働きかけている。辺の長さや角に着目させるのであれば、方眼は必要ない。

さらに、「4つの形について辺の長さや角の大きさを測って、下の表にまとめましょう。」という働きかけがある。この点からも方眼を用いた図の必要性は感じられない。

比については、(1)の辺の長さは、対応する(4)の辺の長さの何倍になっているか問いかけている。そして、 $1:2$ という比と $\frac{1}{2}$ 倍という割合を求めさせている。これは、(4)の図をもとにしていることを表している。

ここで、「(1)の図は(4)の図の $\frac{1}{2}$ の縮図であると言える」ということが示されていないのは残念である。この後、対応する角の大きさにふれた後、「…のばした図を拡大図といい、縮めた図を縮図といいます。」という表現が続いている。これは、(1)の図をもとにした考え方を初めに述べている。縮図の表現を示した後に、拡大図の説明をすることで誤解を生じる展開となっている。

(6) 白紙にそのまま図を描き、同じ形を指摘させ、その後、方眼紙に描かれた図に入れ替えて辺の長さを比べる。(教育出版)

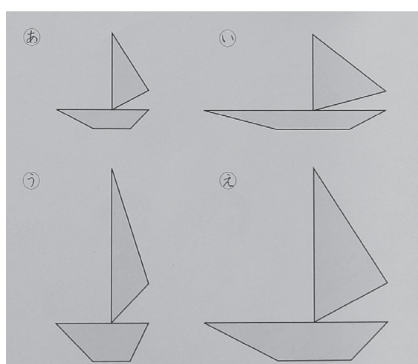


図8：教育出版

問題場面は、「パソコンを用いて大きさを変えた」という想定である。方眼に描かれたものではないが、方眼を用いて描いた、縦に伸ばした、横に伸ばした、縦と横に伸ばしたという考え方で作成された図となっている。

図は他社の教科書同様にヨットのような図である。方眼に描いていないため、写し取って重ねて比べる活動を促しているが、三角形と四角形2つの図形で構成されている点に問題がある。

次の頁には(㊸)と(㊹)の図が方眼紙に描かれたものを提示している。方眼紙に描かれた図を使って、辺の長さを比べることを指示している。

方眼紙を用いないで同じ形はどれか問いかけ、辺の長さや角の大きさを調べる活動を大切にするのであれば、重ね合わせて調べてみようとする意欲を喚起する図形を提示したい。

比による表現は、(㊸)の図と(㊹)の図の辺の長さの比 $1:2$ と比の値 $\frac{1}{2}$ を求めるように働きか



けている。しかし、それを求める前の場面は、「辺ABは辺アイの2倍の長さになっているよ。」というように②が①の2倍である話を載せている。

比の表し方が前項が比べるものの大きさを表し、後項が基準とするものの大きさを表していることを配慮するならこのような表現にはならない。

以上述べてきたように、「同じ形」を調べる働きかけをしている4社の教科書も拡大図、縮図について調べている。もとの図があり、それを拡大したり、縮小したりした図について考察するようになっている。このようなことからどの教科書も拡大図、縮図の対応する辺の長さの割合を比で表す場合について十分な配慮をしていないと言わざるを得ない状況にある。

### 3. 改善策

前章で述べたように、教科書に見る指導は、すべて(スケール用紙による)「拡大する・縮小する」を意識したものである。これは、拡大図、縮図の意味を習得させようとする考え方による。私は、これを児童が合同の学習で用いた「同じ形かどうかを重ねて比べる」という活動を活用する探求型の学習の場にしたいと考える。この活動のよさとして、次の5点が挙げられる。

- ① 既に経験した解決方法をここでも使ってみようとする主体的な活動が実現する。
- ② 実際に重ねて比べる活動は、実感的な理解を促し図形に対する興味関心や感覚を高めることができる。
- ③ 角の大きさや辺の長さの比に着目して同じ形とはどのような特徴をもっているのか調べ、言葉で表現する活動が実現する。
- ④ 方眼を用いて角の大きさや辺の長さを比べる活動を重ねる活動の後に位置づけることで座標の考えの基礎を育てることができる。
- ⑤ 比による表現についても基準にするものを初めから指定しているのではないため、誤解を招くような表現を避けるとともに、比の意味を振り返り、よりよく理解出来るようにすることができる。

以下、どのような活動をどのようにして実現しようとするのか述べよう。

#### (1) 大きさが異なる場合でも重ね合わせて形を調べようとする意識を喚起する場面設定

合同の場合に用いた「重ね合わせて比べる」活動で同じ形を比べようとする意識を喚起するため、合同な図形も問題場面の中に登場させたい。

具体的には、次のような合同な図形や相似な図形によって構成されたマークを用意したい。そして、次のような働きかけによって児童が学習課題をとらえ、解決していく活動を実現させるのである。

T:ここに、3つの四角形でつくられたマークA、B、Cがあります。

このマークを見て、何か気が付くことがありますか。

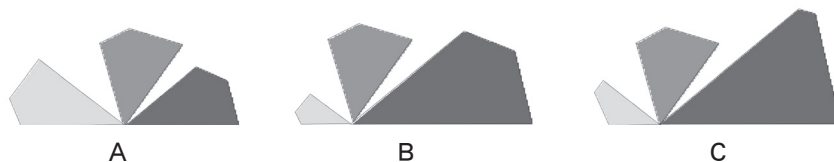


図9：合同な図形、相似な図形、等角の図形で構成されたマーク

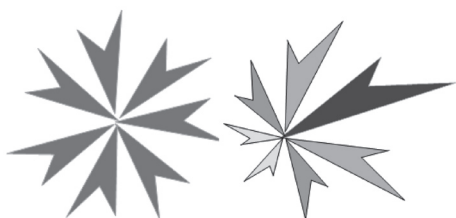


図10：美的なマーク

ここで採り上げたA, B, Cのマークはデザイン的には図10のマークに比べて優れたものではない。児童の実態によっては、図10のような美的なマークを提示したい。

以上のような働きかけで、児童に次のような反応が期待できる。

C：Aは、合同な四角形でできたマークだと思う。

C：Bは、形は同じだけど、大ききの違う四角形でできたマークだと思う。

C：Cは、大ききも形も違う四角形でできたマークだと思う。

これらの反応が得られたところで、次のようなやりとりによって、合同の意味をはっきりさせる。

T：合同な四角形とは、どんな四角形を言うのでしょうか。

C：ぴったり重ね合わせることのできる四角形です。

C：対応する辺の長さがそれぞれ等しくて、対応する角の大ききもそれぞれ等しい四角形です。

T：Aのマークの3つの四角形は、合同だと思うのですね。では、実際に調べてみましょう。

合同については、既習の内容である。そこで、「ぴったり重ね合わせることができる形」ということから、図11のようにして、全体で確認する。

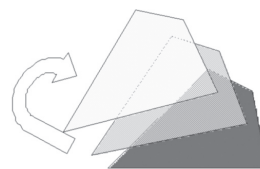


図11：図Aの重ね合わせ

次に、「形が同じ」という日常的に用いられる言葉を簡潔、明瞭、的確に表現しようとする課題がとらえられるようにする。

T：Bは、形は同じだけど大ききが違う四角形だと言いましたね。皆さんそう思いますね。しかし、同じ形という言葉は漠然としていますね。合同も同じ形ですね。同じ形とはどんな形なのか、調べてみましょう。

このような働きかけの後、A, B, Cのマークが描かれた紙を全員に配り、BやCについて、どこが同じなのか一人一人が自力で調べ、見いだしたことを発表する活動を行う。

合同について全体で振り返りの活動を行ったが、Aのマークについて、各自、確かめる活動を行うことは自然である。

そして、Bについても対応する角の大ききが等しいという見通しを立て、同様に重ね合わせ

て調べる活動へと導く。実際に図12のように重ね合わせると、対応する角の大きさが等しいことが分かる。さらに、対応する角を重ね合わせたととき対応する頂点が一直線上に並ぶことを発見していく。

この経験は方眼を用いないで拡大図や縮図をかく方法を考える素地的な経験にもなる。

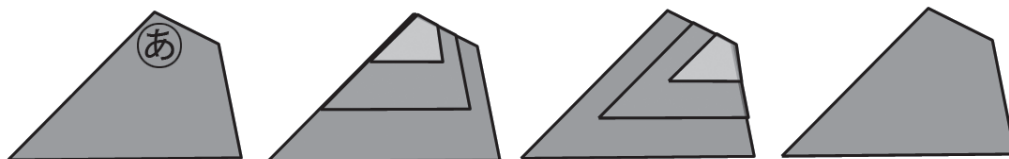


図12：対応する角が等しいことを確かめる

辺の長さについては、「合同な形では、対応する辺の長さはそれぞれ等しかった。同じ形で大きさが異なる場合は何か別の秘密があるのではないか。」という見通しを立てる。このような見通しのもとで辺の長さを重ね合わせて比べていく。

実際に、㊦の四角形をもとにして㊥の四角形の辺の長さを調べていくと、どこも2倍になっていることが明らかになる。

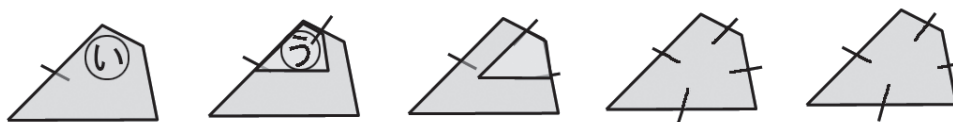


図13：対応する辺の長さを辺の重ね合わせで調べる

このようにして「㊥の四角形と㊦の四角形は対応する角の大きさがそれぞれ等しく、対応する辺の長さの比がどこも2:1（㊥の辺の長さが㊦の辺の長さの2倍）になっているから同じ形に見える。」「同じ形は、対応する角の大きさがそれぞれ等しく、対応する辺の長さの比がみな等しい形です。」という説明ができるようになる。

次に、Cのマークは、どんな四角形でできているのか調べるように働きかける。

Cのマークは図14のように角の大きさは等しいが、辺の長さの比は、同じでは無いことを確認することができる。こうすることで、対応する角の大きさがそれぞれ等しくても辺の長さの比は等しくならぬことを見いだしていくことができる。

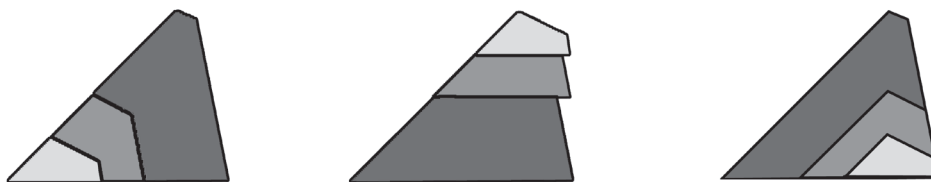


図14

対応する角の大きさ、対応する辺の長さの比を直接比べる活動は、以上のように身近に見られるマークのようなものを素材にする方が効果的であると考えられる。



比を用いた表現についても、前項が比べるものの大きさを表し、後項が基準とするものの大きさを表していることについてもそれを確認しながら指導することができる。

(2) 角の大きさや辺の長さを方眼を用いて調べる活動

① 頂点と格子点を結んで合同な三角形ができるか調べる

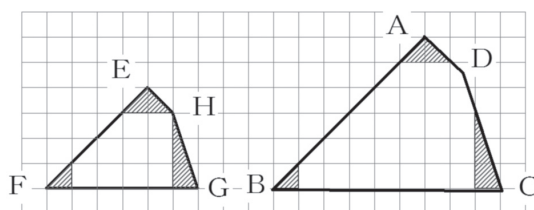


図 15

図 15 の四角形 E F G H と四角形 A B C

D について、角 H と角 D については、す

ぐには、角の大きさが等しいかは分からないが、他の 3 つの角については、それぞれの頂点と格子点を結んで合同な三角形（図の斜線の三角形）ができるか調べることで角の大きさが等しいかどうか調べるすることができる。

② 格子点を横、縦に数えて直線の傾きに着目して角の大きさを調べる

図 16 の角 A は、角の頂点から横に 3 つ数えて上に 2 つ数えたところの格子点を通っている。しかし、角 B は、横に 4 つ数えたところから上に 2 つ数えたところの格子点を通っている。このことから角 A と角 B の大きさは異なっていると判断するのである。

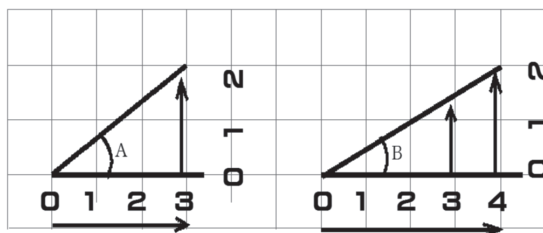


図 16

このように、方眼を用いて角の大きさを調べる活動は、既習の合同の考え方やグラフの座標の見方を活用することができる。

③ 格子点を数えて辺の長さの比を調べる

図 17 のように格子点を数えて、四角形 E F G H と四角形 A B C D の辺の長さの比がどれも 2 : 3 であることを求めることができる。

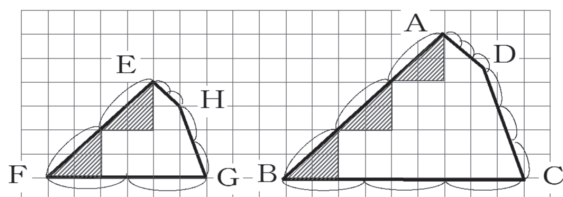


図 17

これは、実際に重ね合わせた経験や合同な直角三角形を見だし、それを基準にしていくつ分と考えることで説明することができる。

このようにして四角形 E F G H が四角形 A B C D の  $\frac{2}{3}$  の縮図であることを方眼を用いて調べる活動は、これまで学習したことを活用できる点で優れている。

(3) 単元の指導計画

これまで述べてきたように、「拡大図・縮図」の単元で「拡大図や縮図」の意味から導入することは、比による表現について誤解する恐れがある。一方、方眼を用いないで「重ね合わせて

比べる」という活動を重視することで、このような誤解を防ぐことができるだけでなく、探求型の学習活動を実現できる。

以下、活動内容の順序を単元の指導計画として簡潔に述べよう。

① 同じ形に見える秘密を重ね合わせる活動で調べる

- ・ 対応する角の大きさがそれぞれ等しく対応する辺の長さの比がすべて等しいとき、同じ形に見えることを見いだす。

② 対応する角の大きさや対応する辺の長さの比を方眼の数や直角三角形に着目して調べる

- ・ 角の頂点と格子点に目をつけて合同な三角形を見つけられるか調べる。
- ・ 頂点から方眼の数を横にいくつ、縦にいくつと数えて同じかどうか調べる。
- ・ 辺の長さの比を方眼の目盛りの数で調べる。
- ・ 「図Aと図Bについて、対応する辺の長さの比が1:2であるとき、図Aは、図Bの $\frac{1}{2}$ の縮図、2:1であるとき、図Aは、図Bの2倍の拡大図である」と表現することを知る。

③ 拡大図、縮図のかき方を考え、説明する

- ・ 方眼を利用した描き方
- ・ 方眼を使わないいろいろな描き方

④ 縮図の利用

⑤ 習熟

## おわりに

拡大図・縮図の指導を「同じ形」の指導から導入することは、スケール用紙を観察する活動から図形の角の大きさや辺の長さに着目した活動を促す。そして、比による表現について誤った解釈に陥らないようにするとともに、中学校の「相似な形」の学習の素地として有効な学習活動となる。また、方眼を数えて角の大きさを調べることは、座標の考え方の素地としても有効であると考えられる。

今後、多くの実践によってこれらのことを検証していきたい。

## 引用・参考文献

- ・ 佐藤俊太郎 (2009) 「拡大図、縮図と相似について」日本数学教育学会誌 91(12)pp.12-15
- ・ 文部科学省検定済教科書 (2010)、新しい算数 (東京書籍)、小学算数 (教育出版)、小学算数 (日本文教出版)、たのしい算数 (大日本図書)、みんなと学ぶ小学校算数 (学校図書)、わくわく算数 (啓林館)