

倍と第2学年の乗法の意味指導に関する研究 —乗除法の意味に関する体系的な学習指導の実現のために—

Research on the Educational Guidance
about the Meaning of an Integral Multiple and Multiplication
: For Realization of the Systematic Educational Guidance
about the Meaning of the Multiplication and Division

松 丸 剛

Tsuyoshi MATSUMARU

はじめに

子どもが主体的に学習を進められるようにすることは、乗除法の意味理解に関しては、小学校第1学年の量の直接比較から第6学年の分数の乗除計算まで実行されなければならない。しかし、現実はそのようになっていない。算数・数学の内容の体系化はされているが、学習者の立場に立った、教育の体系化が不十分なのである。そのため、子どもによっては、内容の理解が十分でなく、誤解したまま次の学習へ進んでいるという実態がある。

直接比較や間接比較、そして任意単位による数値化は、連続量を数で表すことを実感的に理解できる活動である。そこで、この活動を基盤として、小数や分数の乗除計算の意味まで発展的に学習活動ができるように体系化された教育が実現できるようにしたいと考えた。このような体系化によって、小数や分数の乗除計算の意味についても実感的に理解できるようになるという仮説を立てたのである。

本稿では、初めに基本的な考え方や体系化に向けた取り組みを述べる。次に、第2学年乗法の意味指導のあり方について提案する。提案は理論だけでなく、具体的な指導資料や実践授業の様子や指導の効果について、実態調査を含めた検証の結果に基づいて述べることとした。

I 体系化に関する基本的な考え方

子どもの学習活動は、連続・発展的な課題によって構成されることにより、主体的なものとなる。学習活動によって獲得される知識や技能、課題の解決に用いられた考え方や判断の経験の積み重ねが次の学習活動への興味・関心、学習意欲となるように指導しなければならない。しかし、現在の算数科の指導を観た時、必ずしもこの連続性を考慮したものとなっていない。算数科の学習内容は、すでに体系化されていると思われているが、これは、算数・数学の内容のことであり、

子どもが学習する立場に立ったものではないのである。長崎は、「数学教育にはいろいろな理論があるが、実際の算数・数学の学習場面に直面すると、なぜか理論が見えにくいのである。もちろん、算数・数学の内容に則した指導の仕方は、教科書に記述されている。しかし、それが体系的であるとか、将来を予測するとかは思えない」（長崎栄三、2013）と述べている。子どもの主体的な探求型の活動を中心とした体系的な教育の実現に向けた理論と具体的な指導資料の作成が急務なのである。

II 倍と計算の意味の指導について

計算の意味を実感的に理解するには、次の2つの要件を備えた活動ができなければならない。それは、「数量の関係を感覚でとらえることができること」「式で表すよさを感じることができること」の2つである。（松丸 2012）この2つのことを基本的な考え方として倍と計算の意味の指導について体系化する。

1. 量の大きさや数量の関係を感覚でとらえることができるようにする

数量の関係をとらえる際に、初期の段階では数がどのような大きさを表しているのかを推測できることが重要である。数が離散量を表している場合は、目に見えており、理解が容易である。しかし、連続量の場合は、容易ではない。長さでは、単位とする大きさとそのいくつ分を表す数からどのような大きさかをとらえる。単位とする大きさは、1 cm や 1 m だけではなく 10 cm や 30 cm がいくつというように、自分の感覚でとらえやすい大きさをもとにして、そのいくつ分で大きさをとらえることが重要である。

倍は、この「いくつ分」を「言いかえたもの」とであるということから導入することが、子どもにとって自然である。かけざんは、初め、 $(\text{一つ分の大きさ}) \times (\text{いくつ分}) = (\text{全体の大きさ})$ という場面で約束するが、次に $(\text{基準量}) \times (\text{倍}) = (\text{比較量})$ という場面でも用いられる計算であることを理解できるようにしなければならない。（松丸、2012）

連続量の中で長さが最も見やすくとらえやすい量である。初めに長さの問題場面で倍やかけ算の意味について実感的に理解する。次に広さの場面でも直接比較、間接比較、形を構成するものの個数による比較、そして任意単位による数値化という一連の活動を行い、広さについての実感が得られるようにするのである。このようにすることでさらに、重さや時間というような目に見えない量の場面でも線分図や数直線の図のように長さに置き換えて理解できるようになると考えた。

しかし、目に見える広さのようなものでも数でその大きさを示しても、その大きさを具体的に量感によってとらえることは難しい実態がある。（国立教育政策研究所、2012、2008）数で量の大きさを示された時、どのようにしてその大きさをとらえるとよいか、基準とするものの何倍かという視点で具体的に調べる活動を十分に行う必要がある。

一方、小学校段階で用いる数は、自然数から0を含めた正の整数へ、そして分数、小数へと広がる。任意単位の何倍かで量をとらえていく活動によって、整数倍から分数倍、小数倍へと連続的に発展・拡張することができる。その際にも、「いくつ分」を「倍」でとらえた良さを感得出

来るようにするのである。

2. 式で表すよさを感じ取れるようにする

「計算の意味を理解する」とは、その計算がどのような場合に用いられる計算かを一般的に理解することである。その学習の過程は、子どもが理解しやすい特殊な場面でその計算が用いられることを約束し、次に、それとは異なるが、見方によって同じと見られる場面についても統合し、より広い場面で用いられる計算として理解していく。例えば、加法では、合併の場面を用いて約束し、増加の場面でも用いられることを理解する。減法では求残の場面で約束し、求差の場面でも用いられることを理解する。このように異なるものを同じと見ることを統合というが、除法では、初めに等分除で約束した場合、後で包含除を統合する。しかし、乗法の場合、このような統合の過程を十分経験させていない。体系化を進めるにあたって、着眼しなければならない一つである。

乗法では、前節で述べたように、初めに、同じ大きさのものがいくつあるとき、一つ分の大きさといくつ分で全体の大きさを表すことができることを見出す。そして、これを式で（一つ分の大きさ）×（いくつ分）＝（全体の大きさ）と表すことを約束する。次に、もとにした大きさと倍の数で比べた大きさを求めることができることを見出す。そして、この場面で（もとにした大きさ）×（何倍か）＝（比べた大きさ）というように表すのがよいことを学習するようにしたいのである。現在のすべての教科書は、「比べた大きさ」を求める場面とはなっていない。（松丸、2012）本稿では、この点に着目して指導のあり方を実証研究した内容の報告をする。

計算の意味を理解できるようにするには、これまで述べてきたように、その計算が「用いられる問題場面を次々と広げていく」という認識がもてるようにすることが大切である。こうすることで、問題場面の様子を簡潔に式で表すよさを知り、数範囲が小数や分数へと広がった場合にも、計算の意味を拡張していく活動を積極的に行うことができるようになると思う。

Ⅲ 体系化に向けて

学習指導の体系化は、指導内容や指導方法が一貫した考え方で構成されていることによって実現する。そこで、指導内容一覧表を作成し、体系化されたものとなっているかをチェックし、これをもとに、具体的な指導資料を学習指導展開案の形で提示することにした。さらに、指導資料の効果を研究協力者による実践授業と指導後の実態調査によって検証し、改善していくこととした。

1. 指導内容一覧表の作成

指導内容一覧表は、次の項目によって、各学年、各単元の指導内容・方法について、本研究の体系化の理論によって分析・構成する。①ねらい：単位時間～単元の指導のねらいを簡潔に述べる。②体系化に向けた指導の意図：体系化の観点からその時間、その単元で指導すべき事柄を述べる。③これまでの指導との違い：育てたい子どもの姿を体系化の観点から明示する。④問題例：

子供に提示する問題や問題場面の具体例を示す。⑤意欲付け：探究的な学習活動の実現に必要な学習意欲をどう喚起するか例示する。⑥学習課題：本時の課題を簡潔に例示する。⑦自力解決の方法：期待する解決活動を例示する。⑧指導内容：指導すべき内容を明示する。⑨学習のまとめ：学習課題に対応した活動のまとめ⑩発展：まとめた後、新たに発見した課題や問題、新たな願いなど⑪備考：教具など準備するもの⑫実践授業の調査の観点・内容：実践授業を観察する際の観点⑬実践授業終了後の調査の観点・内容：実践授業終了後に行う実態調査の観点や問題例⑭参考事例：作成に用いた参考文献や実践例⑮その他

以上15項目について、各時間～各単元のねらい毎に表の形式で整理する。これによって、各項目の関連性を確かめながら、体系化の作業がスムーズに進めることができる。

(指導内容一覧の掲載は、紙面の都合で割愛する)

2. 指導資料の作成

授業を実際に行うには、一覧表で見にくい。そこで、展開計画の形で指導資料を作成することとした。

これによって、授業者は、基本的な考え方にに基づき、自分の考えを生かした展開計画を作成するのである。

第2学年 かけざん(2)では、図1、図2のようになる。

展開計画は、「つかみ見通す」「調べ確かめる」「話し合いまとめる」「振り返り発展させる」という学習活動の4段階を基


学年	単元名																		
第2学年	倍とかけ算																		
ねらい																			
指導内容	比べた大きさ、もとにした大きさ、倍の意味を任意単位による数値化と対応させて知らせる																		
学習活動	比べたものの大きさが何cmかは、もとにした大きさ(何cm)とその何倍かの数が分かることと計算で求めることができることを指摘する																		
準備する物	各自に、青テープ(3cm)、赤テープ(12cm)各1本(厚手の色画用紙で作る)、封筒(横幅9cm)のものを4等分して、基準量として扱えるようにした物1つ 物差し(個人持ち)																		
展開計画																			
過程	教師の主な働きかけと児童の予想される活動																		
つかみ見通す(5分)	1. 問題場面の提示と課題発見への導入																		
	長さ比べの物語をする。比べたものの長さが何cmか知りたい。しかし、手元にはもとにしたものと比べたものの大きさがそのいくつか分ったかの数しか分からない。(具体物を示しながら話す)																		
	子どもの願い	くらべたものの大きさが何cmか知りたい。もとにしたものの長さとそのいくつかの数で比べたものの長さを計算で求めることができるだろうか。																	
	見通し	どんなことをしたのか、実際に調べたり、描いたりすれば、計算で求めることが見つけられそうだ。																	
学習課題	もとにした物の長さといくつ分の数で比べた物の長さを計算で求める方法を考え説明しましょう。																		
調べ確かめる(10分)	2. 個別の学習活動の評価と支援																		
	問題場面にある比べたテープともとにしたテープを各自に配布する。物差しのない子には物差しを与える。問題場面の意味がとらえられていない子には、テープを操作させながらどんなお話だったか振り返らせ、赤テープの長さを青テープの長さを使って調べる活動であることが理解出来るようにする。																		
	C1:実際に3cmのテープと12cmのテープを並べて、12cmのテープが3cmのテープの4つ分の長さであることを確かめる。																		
	C2:実際に調べたことをもとに、3cmが4つ分の大きさは、 $3 \times 4 = 12$ とかけ算で表すことが出来ることを見出す。																		
																			
C3:長さ比べをして、もとの大きさが3cmでその4つ分の長さを求めるには、3cmが4つなので、 $3 \times 4 = 12$ と計算して、答えを12cmと求めることができる。																			
C4: $3+3+3+3=12$ 、または、 $3+3=6$ 、 $3+3=6$ 、 $6+6=12$ など																			

図1：展開計画(1)

本とした。(松丸, 2002) (本稿では、紙面の都合で、4段階を2段階ずつに分けて示した。)「つかみ見通す」段階は学習への意欲を喚起し、学習課題をつかみ、解決への見通しを立てる段階である。今回の指導資料では、子どもの願い、見通し、学習課題を明示し、この考え方が理解しやすいものとなるようにした。

展開計画は、できるだけ簡潔、明瞭、的確なものとなるようにし、授業者が自分なりに工夫できるように配慮することとした。しかし、簡潔すぎて、体系化の基本的な考え方が理解されないようでは意味がない。この点については、十分注意することとした。

話し合い まとめ (15分)	3. 話し合い活動の評価と支援	
	初めに、比べたものの長さを長さをもとにどのような計算で求めたか問いかける。どの子も $3 \times 4 = 12$ という計算で求めたことを確認する。次に、「どのようにして、 3×4 というかけ算でよいことを見つけたか説明しましょう」と働きかける。	
	C5:赤テープの長さは、青テープ4つ分です。青のテープを当てて、印を付けました。青のテープは3cmなので、3が4つで12です。12cmになる筈です。物差しで確かめたら12cmでした。	
	C6:私は、初めに赤テープは何cmか確かめました。青のテープは、3cmなので、3, 6, 9, 12となって、3の段の九九で $3 \times 4 = 12$ とかけ算で計算すればいいと分かりました。	
	C7:かけ算は(一つ分の大きさ) \times (いくつ分) = (全体の大きさ)なので、これに当てはまると考えました。 どの式も(もとにした長さ) \times (いくつ分) = (比べた長さ)というかけ算の式になっていることを確認する。そして、長さ比べをして、「赤テープの長さが青テープの長さの4つ分になっているとき、赤テープの長さは青テープの長さの4倍です。」ということを知らせる。	
振り返り・ 発展させる (15分)	4. まとめた内容とこれまでに学習した内容とを比べ、新しい内容を見出せるようにする	
	任意単位でいくつ分と表したことを、何倍という表現で言い換えられることと日常使われている「倍」の意味とを比べ、青テープを赤テープに当てながら1倍、2倍、3倍、4倍と調べる活動をする。単位とした大きさと倍の数で、比べたものの大きさを求めるときもかけ算を使うことを身の回りから見つけさせる。	
	T:これまで、倍という言葉聞いたことがありますか。	
	C:倍返し	
	C:~が倍になった。	
T:今日の問題は、これまでの問題とどこが違いますか。		
C:今これまでの問題は、1つ分の大きさといくつ分で全体の大きさを求めたけど今日の問題は、もとにした大きさと何倍かの数で比べたものの大きさを求めた。		
T:この封筒の横の長さ9cmをもとにして、教室にあるものの長さがおよそ何倍になっているか調べて問題を作りましょう。		
T:では、テープと封筒の横幅が分かるように封筒を切った物を渡します。これを使って、封筒の横幅の長さとおよそ何倍の数を見つけて問題を作りましょう。1つだけ、みんなでやってみましょう。「カレンダーの横の長さは、封筒の幅のおよそ4倍です。カレンダーの横の長さは何cmですか。」どのようにすればいいか、分かりましたね。では、封筒の横の長さのおよそ何倍が見つけたら、ノートに書きましょう。		

図2：展開計画(2)

次に、展開計画とは別に、板書例（図3）を示し、重要な点が抜け落ちないように配慮した。

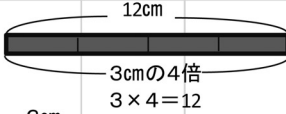

<p>板書例</p> <p>問題 青テープは3cm、赤テープは緑青テープの4つ分の長さです。赤テープの長さは何cmですか。</p>		<p>「ことば」 赤テープの長さは、青テープの長さ4つ分 これを 赤テープの長さは、青テープの長さの4倍 といいます。</p>
<p>課題 もとにした物の長さといくつ分の数で比べた物の長さを計算で求める方法を考え説明しましょう。</p>	 <p>まとめ もとにした大きさと何倍かの数が分かると 比べたものの大きさは次の式で求められます。 (もとにした大きさ) × (何倍) = (比べたものの大きさ)</p>	
<p>発展 周りにある物の長さが封筒の横の長さの何倍か調べて問題を作りましょう。</p>	<p>(例) 封筒の横の長さは9cmです。カレンダーの横の長さは封筒の横の長さの4倍です。カレンダーの横の長さは、何cmですか。 $9 \times 4 = 36$、36cmです。</p>	

図3：板書例

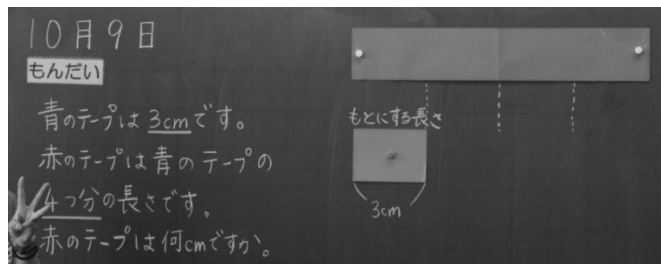
3. 研究協力者による実践授業

今回作成した指導資料をもとにした実践授業を2名の現任教員にお願いした。その授業の様子と分析結果を述べる。

(1) 実践事例1（東京都、区立A小学校、2013年10月9日11時20分～12時05分、第2学年、児童数32名、学級担任による授業）

【つかみ見通す段階】

青テープ、赤テープを持って
いる人の名前を現在の先生の名
前を使って、もとにした長さとい
くつ分で比べた長さを知りたい
という問題場면을提示した。
その後、問題としてまとめた。



(図4)

図4：教師による問題の確認

子どもは、実際のテープを要求し、すぐに、各自、進んで問題場面にあるテープの長さを確認した。(図5)

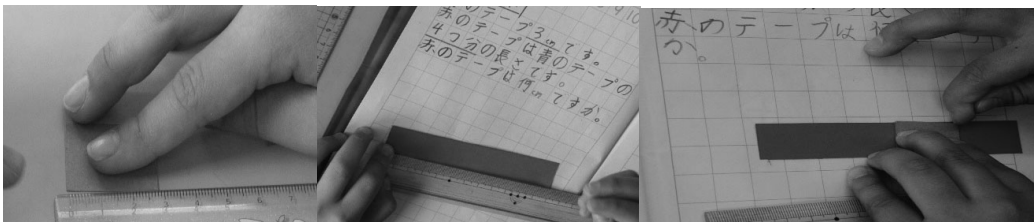


図5：テープの長さの問題場面の確認

その後、本時の課題について話し合い、図6のように板書した。

※指導資料は、この段階では「もとにする」「比べる」となっていた。そこで、その表現で授業が行われた。しかし、本

授業後、問題場面にある「もとにした」「比べた」という言葉の方がよいと判断し、指導資料を改善した。(図1～図3は、改善後のものである。)

【調べ確かめる段階】

課題が設定されたのち、問題場面について確認していなかった子どもも進んで確認作業から自力解決へ入った。(図7～図12) テープの貼り方は様々である。ちょうどノートのページの最も下の位置になったため苦労している様子も見られた。

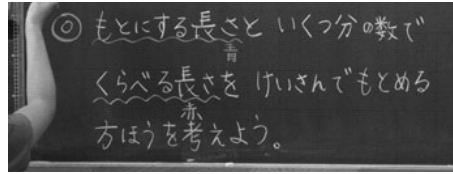


図6：本時の課題



図7：課題解決のための操作

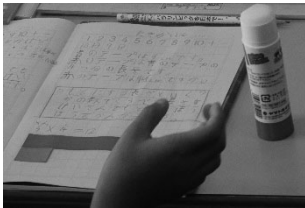


図8：自力解決の様子1

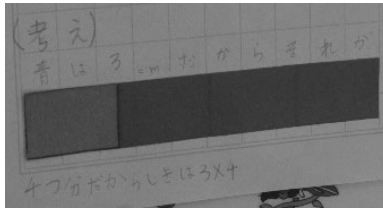


図9：自力解決の様子2

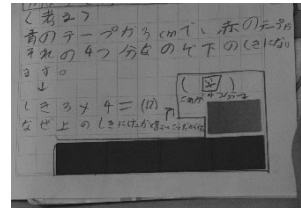


図10：自力解決の様子3

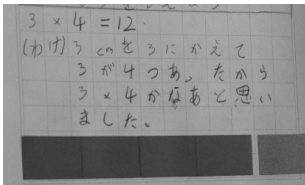


図11：自力解決の様子4

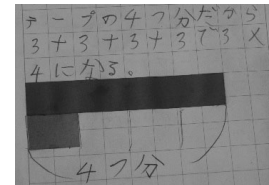


図12：自力解決の様子5

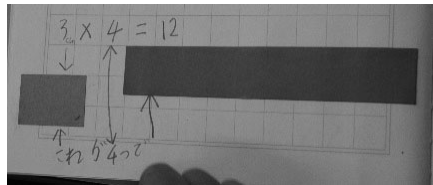


図13：自力解決の様子6

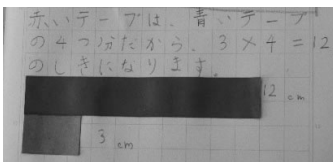


図14：自力解決の様子7

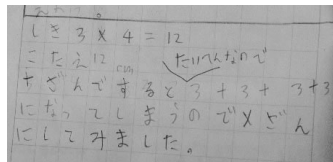


図15：自力解決の様子8

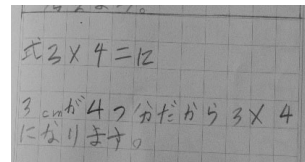


図16：自力解決の様子9

テープを貼らずに、 $3 \times 4 = 12$ となることを式と文によって説明している子どももいた。(図15、図16)

※ここまでの活動で、着目したいのは、どの子どもも赤テープの長さが青テープの長さいくつ分に当たるか調べる活動を子どもが主体的に行っていたことである。(図7)これは、授業者が、テ

プを配る前に欲しいかどうか問いかけ、欲しいという反応を得た後、何するのか問いかけ、測りたいという言葉を引き出していた効果大きい。

※指導資料では、全体で課題をとらえてから配布するようになっていたが、ここでは、配布してから課題を設定している。この方が全体で課題をとらえるのに効果があるようにも思われる。他の実践でも確かめる必要がある。

【話し合いまとめる段階】

① 話し合い

初めに、「隣の人となぜその式になったかお話ししましょう」と働きかけ、それぞれ自由に説明した。その後、 3×4 の式と $3 + 3 + 3 + 3$ の式があったことを紹介。なぜ、その式にしたのか全員の前で説明させた。この場面でも、青テープを操作して赤テープが4つ分になっているか確かめる活動が見られた。

ここで、図17のように、数字を書くと分かりやすいという考えが出された。しかし、この子は、数字を右から左へ書いていた。話し



図17：テープから図へ



図18：式の説明

合いでは、このまま進め、子どもの考えや作業を修正せずに自由な発想を生かしていた。

② まとめ

初めに、テープにしるしを付けようという考えの良さを認めた。その上で、左から右に数が大きくなるように書いた方がよいことを



図19：数字を書く順序

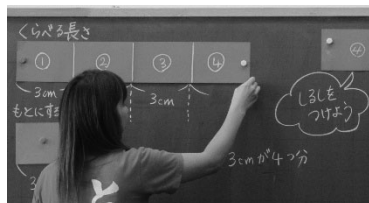


図20：図を意識した指導

指導した。(図19)次に、図20のようにして、3cmの4つ分の大きさを求める場合と見られることを確認した。

さらに、3cmの4つ分を3cmの4倍ということを指導した。

※子どものアイデアを生かしながら具体物の操作を図で表す方法を自然な学習の流れの中で指導している。

※指導資料では、ここで図21にあるようなまとめの予定になっているが、今回の授業では、日常生活で用いている倍について振り返った後でこのまとめを行った。予定した学習段階の区切りにとらわれずに子どもとのやり取りで柔軟に行ってよい部分である。

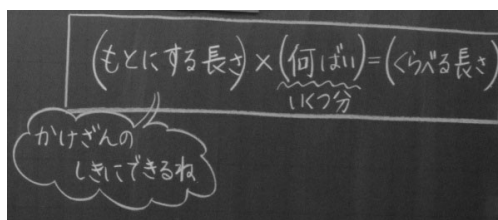


図21：まとめの板書

【振り返り発展させる段階】

① 振り返り

普段の生活で、倍という言葉聞いたことがあるか問いかけた。ここで、「倍返し」や「3倍のダメージ」「4倍食べる」「4倍からい」などの反応があった。

次に、赤テープを4つに折り、「1つの場合は、2つの場合は」と問いかけた。このとき、1つの場合について「0倍」と言った子どもがいた。初め、これを聞き流したが、0倍であるのかと問いかけたため、若干、混乱した。4倍の場合から3倍、2倍、1倍と言うことを確かめたが、0倍については、「0倍はあるのかな」で終わってしまった。

※日常聞いている倍のイメージから本時で学習した正しい倍の意味が理解できるようにしようとしている。0倍について、子どもから疑問として出てきたのであるから、ここで、「4. 3, 2, 1と進んだところで、3が一つもない場合に $3 \times 0 = 0$ としてよさそうだ」というところまで指導してもよいと考えられた。

まとめとして、もとにする長さ何倍かの数で比べる長さを(もとにする長さ) \times (何倍) = (比べる長さ) とかけ算の式で表せることをまとめた。(図21)

② 発展

身の回りにある物の長さを封筒の横の長さ9 cmの何倍かを調べる活動へ進んだ。初めに身の回りにあるドリルノートが何倍か調べ、この他に、教室にあるものが何倍か調べる活動を促した。子どもは、封筒の切れ端を使って、1倍、2倍、…と言いながら封筒の横の長さの何倍になっているか調べた。発表では、3倍半、1倍半ちょっと、などの声も聴かれた。

※このような活動によって、倍を表す数の意味を実感として理解するとともに、その数は、整数とは限らないことの基礎的な経験となった。

振り返りの感想に、「最後にみんなで倍をはかったことが嬉しかった。」(図23)「ものをはかるときは、何倍って読むんだなあって分かりました。」(図24)など、倍の指導で改善したい点が子どもの感想から得られたことは大きな成果であった。



図22：封筒の幅の何倍か調べる

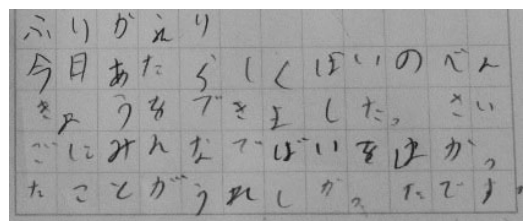


図23：学習感想 1

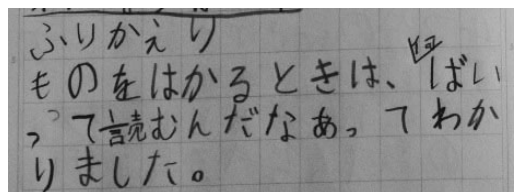


図24：学習感想 2

(2) 実践事例2 (東京都、区立B小学校、2013年10月24日14時15分～15時00分、第2学年、児童数32名、少人数担当教員による授業)

【つかみ見通す段階】

① 問題作り

問題場面は、資料では、テープの長さ比べであったが、本時で用いた数値はそのまま鉛筆の長さ比べの場면을提示した。問題場面は、実際に小さくなった赤鉛筆と青鉛筆を見せて、学校においてある色鉛筆の中で赤鉛筆と青鉛筆が小さくなったのでお母さんに言って買ってもらうというお話から始まる。(図25)赤鉛筆は、青鉛筆の4つ分であることを調べた後、青鉛筆だけ持って、家に帰る。お母さんは、最後までよく使ったことをほめる。赤鉛筆も小さくなってきたことを話すと何cm位か聞かれる。さあ、どうしたらいいんでしょうかという話である。

この話から子どもたちは、「青鉛筆の長さを測ればいい」と反応した。そこで、青鉛筆の長さを測って、3cmであることを明らかにする。

これをもとに、問題文を作り上げた。問題を作りながら子どもたちに、3cmがどれくらいか物差しで見てよいことを告げている。このとき、進んで何倍になっているか確かめている子どもいた。(図28)

※指導資料をもとに、授業者の考えで問題場面を変更して子どもと一緒に問題を作っている。子どもとともに問題を作ることは、子どもの主体的な学習活動を促す。また、実際に長さを確認する活動は、実感的な理解への一助となる。

※問題を作った後、ワークシートが配られた。問題を書く時間を考えたためか、問題文が印刷されていた。子どもが自分で作ったという印象をそぐことになりかねない。問題を作りながらノートに問題文を書いていく活動がベストである。今回は、学級担任ではなく、普段、他の学年で少人数担当ということで仕方がないことであった。一般的にはワークシートを用いることは、できるだけ避けたい。子どもの自由な発想や着想による活動を制限することになるからである。



図25：鉛筆の長さ比べ



図26：青鉛筆の長さ

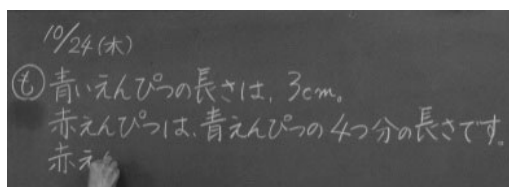


図27：子どもと作った問題

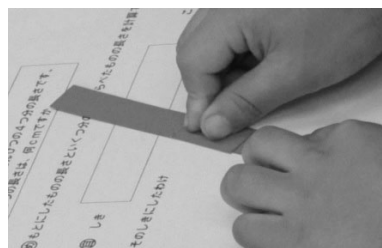


図28：4つ分を確かめる

② 課題をつかむ

設定してほしかった課題は、「もとにした物の長さ
といくつかの数で比べた物の長さを計算で求める方法
を考え説明しましょう。」であった。指導資料では、
そのように書いてあったが、文が長いので、図29のよ
うに2つに分割したものと考えられる。

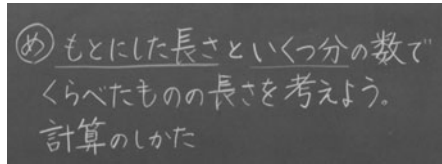


図29：学習課題

※「計算のしかた」と板書してあるが、「計算でできそうか」と投げかけ、「できそう」という反応を得た後の板書である。音声での投げかけは、「長さの求め方」になっているのだが、板書では、長さを考えることになってしまった。少し長くても「比べたものの長さを計算で求める方法を考えよう」としたい。

【調べ確かめる段階】

子どもたちは、初めに、青や赤のテープの長さを物差しで調べたり、赤テープの長さが青テープの長さの4つ分であることを確かめたりしていた。(図30～図32)しかし、A校で見られた赤テープに印しを付けるような活動(図11)は見られなかった。



図30：青鉛筆を表す長さ



図31：赤鉛筆を表す長さ



図32：赤鉛筆の長さは青鉛筆の長さの4つ分

加法の式は3名で、残りはすべて 3×4 の式であった。式の説明は、加法の式が3名、「4つ分だから」が10名、「鉛筆が12cmだから」が2名、説明が書けなかった子が13名であった。

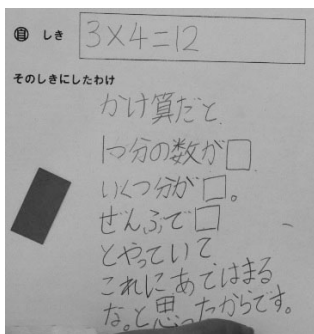


図33：全部の考え

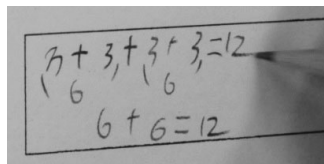


図34：加法

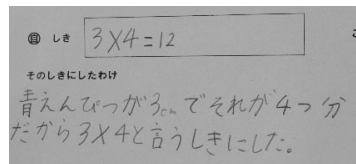


図35：4つ分に着目

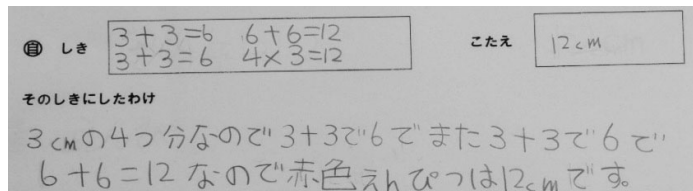


図36：場面から説明、4つ分に着目

図33、図35は、かけ算は、(一つ分の大きさ) × (いくつか分) = (全体の大きさ) というよう

に「同じ大きさのものがいくつかあるとき、全体の大きさを求める」場合に用いられる計算であることを根拠にしている。図34、図36は、同数累加で表される場合にかけ算で表せることを根拠にしている。これまでの学習で、かけ算がこのような場合に用いられる計算であることを根拠にして説明する経験をしていれば、説明できない子の数をもう少し、少なくできたのではないかと感じられた。

【話し合いまとめる段階】

初めに、どのような式を書いたか発表させた。その結果、 3×4 (20名)、 $4 + 4 + 4$ (1名)、 $3 + 3 + 3 + 3$ (8名) となった。※ () 内は挙手した人数。

次に、答えはいくつになったか問いかけると、「3が4個あるので12だと思います。」という反応があり、黒板で説明させた。

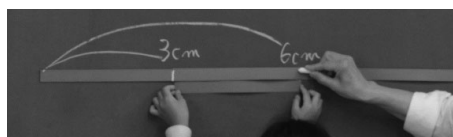


図37：テープで説明

全部いいか問いかけたが、 $4 + 4 + 4$ の式に

ついて、違うという反応は弱い。そこで、これは、4 cmが3つあることを表していることを説明し、間違いであると指摘した。そして、 $3 + 3 + 3 + 3$ の式も書いてあったので、そちらが正しいと指導した。

次に、 3×4 と $3 + 3 + 3 + 3$ とを比べて、どちらの式がよいか問いかけ、 3×4 の式の方がよいことを確認した。その根拠の初めが新しい式だからというものであった。次に、これまでの式はどのような式であったか説明させた。子どもは「一つ分の数は3…」と言い始めたので、図38の式に吹き出しの説明を付けた。(一つ分の数) × (いくつ分) = (全部の数) であったことを振り返らせた。そして、今回の問題場面が、(もとした長さ) × (比べた長さ) = (比べたものの長さ) という場面であること、そして、「いくつ分」のことを「何倍」ということを指導した。

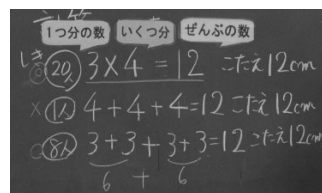


図38：かけ算の意味①

※この段階の指導では 3×4 の式がよい理由は、「3が4つあることが分かりやすいこと」、比べた場合に「倍」を使うことを強調してほしかった。

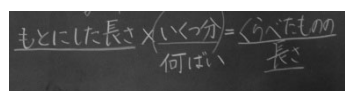


図39：かけ算の意味②

【まとめ、発展させる段階】

「倍」を指導したところで、「倍」を聞いたことがあるか問いかけた。すると、「倍返し」という言葉が出た。そこで、倍返しの意味を「トントン」と叩いたらどうするのか、問いかけた。すると「トントン、トントン」と返してきた。

※離散量に関しても理解しているか確かめる活動となった。

まとめでは、まとめ用のワークシートを配り□に当てはまる言葉を入れさせた。

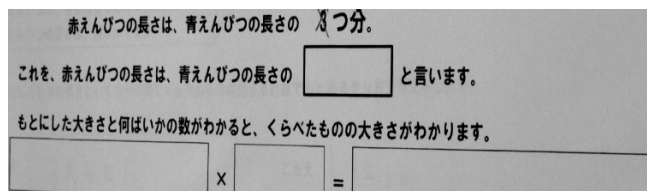


図40：プリントによるまとめ

発展の活動として、初めに封筒の横の長さはどれくらいか予想させ9 cmであることを確認した。そして、「これを使うとカレンダーの長さも測れるのです。」と続けた働きかけとなった。子どもたちは、机やプリントなど自由にいろいろなものの長さをしらべていた。



図41：机の長さは封筒の幅の何倍か

※この指導から「測れる」ではなく、「測れるだろうか」と疑問形にすべきであったと反省した。こうなったのは、指導資料が「問題作り」であり、「カレンダーの横の長さは、封筒の幅のおよそ4倍です。カレンダーの横の長さは何cmですか。」という例示がされていたことが原因であった。そこで、指導資料を次のように改善することとした。

T:ここに封筒があります。この封筒の横の長さで教室にあるいろいろなものの長さを測ることができるでしょうか。何がわかればいいですか。
C:封筒の横の長さが何cm分かれば、その何倍になっているか調べればいろいろなものの長さが測れます。
C:カレンダーの横の長さをみんなで調べて要領を理解した後、教室内のいろいろなものの長さを封筒の横の長さを使って調べて、発表する。

図42：改善した指導資料①

4. 授業後の実態調査

(1) 対照校①との比較

授業後、図43の問題によって倍に関する簡単な実態調査を行った。実態調査は、今回実践授業を行ったA校、B校、(実践校)と比較対照のため、通常の指導を行っているC校、D校(対照校①)で実施した。対照校①は、算数の研究など特別の指導を行っていない学校である。

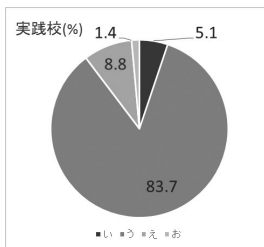


図45：解答類型別割合①

その集計結果が図44である。図45、図46は、解答類型別人数の割合を表したグラフである。

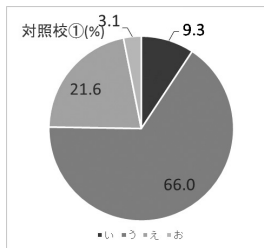


図46：解答類型別割合②

1. ㊦ のテープの長さの3倍の長さのテープは
 ㊩ ㊪ ㊫ ㊬ のうちのどれですか。
 あてはまるものの()の中に○をかきましょう。

- ㊦ ()
 ㊩ ()
 ㊪ ()
 ㊫ ()
 ㊬ ()

図43：実態調査問題

実践校	実施年月日			実施学級		解答類型ごとの人数				正答率	
	年	月	日	年	組	人数	い	う	え		お
A校	2013	11	1	2	1	26	0	20	5	1	76.92
	2013	11	1	2	2	30	0	28	2	0	93.33
	2013	11	1	2	3	31	4	23	4	0	74.19
	2013	11	1	2	4	32	1	28	3	0	87.5
B校	2013	11	6	2	3	32	3	26	2	0	81.25
	2013	11	7	2	1	32	1	28	2	1	87.5
合計	2013	11	7	2	2	32	2	27	1	1	84.38
	合計						215	11	180	19	3
対照校①	実施年月日			実施学級		解答類型ごとの人数				正答率	
	年	月	日	年	組	人数	い	う	え		お
C校	2013	11	19	2	1	23	1	15	7	0	65.22
	2013	11	19	2	2	24	3	16	5	0	66.67
	2013	11	19	2	3	24	2	15	5	2	62.5
D校	2013	11	12	2	2	26	3	18	4	1	69.23
合計						97	9	64	21	3	65.98

図44：第2学年の集計結果

A校、B校ともに、実践授業は、校内で公開した。他学級の担任は、指導資料を見ながら研究協力者の授業を参観し、同じ考え方で授業していただいた。

実践校と対照校①のそれぞれを合計したデータについて χ^2 検定を行った。その結果、 χ^2 値=14.002、p値=0.0029であった。有意水準を1%と見ても有意差ありと判断できる。解答類型の割合をグラフで表すと対照校①での「え」の割合が大きいことが分かる。従前の指導では、4倍の大きさのものをもとにした大きさの次から1倍、2倍、3倍ととらえてしまう過ちを誘っていると判断できる。(図47)

もとにする大きさ	1倍	2倍	3倍
----------	----	----	----

図47：倍についての誤解

(2) 第3学年の調査結果との比較

同じ問題で第3学年の実態調査を行い、今回の実践校と比較した。

5校の合計と実践校の合計について χ^2 検定の結果、 χ^2 値=6.625、p=0.085であった。有意水準

	実施年月日			実施学級			解答類型ごとの人数				正答率
	年	月	日	年	組	人数	い	う	え	お	
A校	2013	11	1	3	1.2	115	3	97	14	1	84.35
B校	2013	11	11	3	1.2	72	2	63	7	0	87.50
C校	2013	11	21.22	3	1.3	56	3	44	9	0	78.57
E校	2013	11	15	3	1.2.3	87	0	77	9	2	88.51
F校	2013	11	9	3	1.2	56	0	45	11	0	80.36
					合計	386	8	326	50	3	84.46

図48：第3学年の集計結果

準を5%を超えており、有意差なしと判断できる。

従って、厳密には比較することはできないが、図49の解答類型別人数の割合グラフから「え」の反応が多いことは明らかである。即ち、第3学年でも10%以上の誤りが図47に示したような誤解が残っているのである。

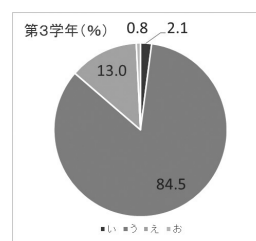


図49：解答類型別割合③

(3) 対照校②との比較

対照校②として、算数教育について研究活動を行っている学校を2校選択した。その集計結果が図50である。解答類型ごとの割合は、図51のようになった。

対照校②	実施年月日			実施学級			解答類型ごとの人数				正答率
	年	月	日	年	組	人数	い	う	え	お	
F校	2013	11	8	2	1	20	0	18	1	0	90.00
	2013	11	8	2	2	20	0	18	2	0	90.00
G校	2013	11	28	2	1	31	0	30	0	1	96.77
	2013	11	28	2	2	30	0	27	3	0	90.00
合計						131	4	114	11	1	87.02

図50：対照校②の集計結果

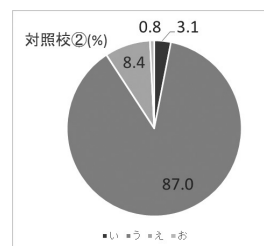


図51：解答類型別割合④

実践校と対照校②との χ^2 検定の結果、 χ^2 値=1.202p値=0.752であり有意差なしと判断できる。しかし、対照校②で、どのような倍の指導が行われたかは、不詳である。

5. 研究のまとめと今後の課題

(1) 第2学年の倍とかけ算の指導について、任意単位による測定の学習を基盤とした活動を行うことで、倍の考え方についての誤解を少なくできることが対照校①との比較では明らかとなった。しかし、対照校②のデータとは変わらない結果となった。学年が進行し、実測ではなく、計算で倍を求めたり、倍と比較した大きさから基準とした大きさを求める場合など倍の考えを活用する学習において、実施学級の子どもの実態がどのように変容していくか追跡調査する必要がある。

(2) 第2学年で倍とかけ算の意味の指導は、次のように行うと効果的であることが今回のデータから明らかとなった。

① かけ算の意味をはじめに、(一つ分の大きさ) × (いくつ分) で (全体の大きさ) を求める計算であることを約束する。(従来通り)

② 大きさ比べの場面で (もとした大きさ) × (いくつ分) で (比べたものの大きさ) を求めることができ、かけ算で答えが求められることを見出させる。このとき、(いくつ分) を (倍) と言うことを知らせ、(もとした大きさ) × (倍) = (比べた大きさ) という式になることに気づかせる。

③ 封筒の幅のように身近なもので、長さがその何倍になっているか調べ、調べた物の長さを求める活動によって、倍の意味を確実に理解できるようにする。

今回この考え方による実践は2例であった。実践を数多く行い、さらに確かなものであることを検証していきたい。

(3) 指導資料を見るだけで、算数教育に対して研究を積んでいない教員や学校でも本研究の理論による指導が確実にできるかその表現について工夫改善し検証する。

実践事例2の末尾で振り返り発展させる段階の表現を改善したことを述べた。(図42) この他、準備する物として、個人持ちの物差しのほかにのりを付け加えること、調べ確かめる段階(図52)や話し合いまとめる段階(図53)でも次のように改善し、子どもの意欲や学習の仕方に関わる内容も書き加えることとした。

2. 個別の学習活動の評価と支援				
問題場面にある比べたテープともとしたテープを各自に配布する。物差しのない子には物差しを与える。問題場面の意味がとらえられていない子には、テープを操作させながらどんなお話だったか振り返らせ、赤テープの長さを青テープの長さを使って調べる活動であることが理解出来るようにする。 <u>テープが必要か問いかけた後、テープを配布する。赤テープの長さを測ることも自由にする。</u>				

図52：改善した指導資料②

どの式も(もとにした長さ)×(いくつ分)=(比べた長さ)というかけ算の式になっていることを確認する。そして、長さ比べをして、「赤テープの長さが青テープの長さの4つ分になっているとき、赤テープの長さは青テープの長さの4倍です。」ということを知らせる。テープをノートに貼らせ、4倍の意味を図式化させる。必要な子には新たにテープを配布する。

図53：改善した指導資料③

(4) 今回は、第2学年の倍とかけ算の指導について検証した。他の学年、単元についても本理論に基づく指導について検証する必要がある。指導内容一覧とそれに基づく指導資料を完成させるとともに、研究協力者による実践を積み重ねたい。

6. 終わりに

今回の研究を進めるにあたって、港区立芝浦小学校守屋友紀教諭 足立区立花保小学校鈴木好子教諭の2名の先生に授業を実践していただいた。また、次の学校の先生方から実態調査と資料の提供をいただいた。末尾ではあるが、ここに感謝の意を表する。

東京都港区立芝浦小学校、東京都足立区立花保小学校、東京都品川区立鈴ヶ森小学校、東京都世田谷区駒沢小学校、東京都北区立王子小学校、東京都東村山市化成小学校、愛知県名古屋市長玉川小学校（順不同）

引用・参考文献

- ・国立教育政策研究所. (2012.2008). 全国学力学習状況調査
- ・長崎栄三. (2013). 数学教育の理論・実践を創出するための探究志向の協働的なアプローチ. 日本数学教育学会第46回秋季研究大会発表収録, pp.21-28.
- ・松丸 剛. (2012). 整数の乗法、除法及び小数倍の意味指導に関する研究—小数の乗法や除法の意味を考え説明する算数的活動の実現—. 愛知淑徳大学論集—教育学研究科編—, 第2号, pp29-40
- ・松丸 剛. (2012). 分数の乗除の意味を実感的に理解し、説明出来るようにする指導. 日本数学教育学会誌 算数教育, 第94巻第12号, pp 2 -12
- ・清水静海, 松丸 剛. (2002). 学習活動の4段階と少人数指導. 東洋館出版社
- ・文部科学省検定済み教科書 (2010)、新しい算数 (東京書籍)、小学算数 (教育出版)、小学算数 (日本文教出版)、たのしい算数 (大日本図書)、みんなと学ぶ小学校算数 (学校図書)、わくわく算数 (啓林館)