

倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導Ⅱ

一角の大きさと分数の乗除計算の意味の指導一

Systematic Educational Guidance about the Meaning
of the Multiplication and Division II

: Educational Guidance of the Measure of Angle and Meaning
of the Multiplication and Division of Fraction

松 丸 剛

Tsuyoshi MATSUMARU

清 水 静 海

Shizumi SHIMIZU

I 研究の背景と目的

倍や割合、小数、分数の乗除計算の意味に関する学力実態調査の結果は、依然として思わしくない。本研究は、この実態の改善に向けて、自ら学ぶ力の育成の観点から第1学年の任意単位による測定から第6学年の分数の乗除計算までの指導を体系化した指導資料を作成することで、連続的・探求的に問題解決できる児童を育成できるようにすることを目的としている。

II 研究の内容と方法

本稿は、「倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導Ⅰ」ーかけ算とわり算の意味の導入指導一（2017）（以下論文Ⅰ）に引き続き、第4学年の「角の大きさ」と第6学年の「分数の乗除の意味指導」に関してその指導内容と指導法について研究を進めている内容の一部である。研究の方法は、論文Ⅰと同じである。

なお、本研究は科学研究費の助成（課題番号16K04718）を受けて進めている。

III 角の大きさの指導

1. 角の大きさに関する指導上の課題

全国学力学習状況調査（平成27年度）で角の大きさを 180° 以上 270° 未満であると目測で判断できている正答率は81.4%であった。これと同じ大きさと思われる角の大きさを分度器を用いて 210° であると測定できている正答率は58.2%であった。

クロス集計によって、 180° 以上であると目測していながら測定結果を 150° と判断している児童

は21.3%になっている。およそ26%の児童が目測の結果を分度器を用いた測定に活用できていない実態にあることが明らかになった。

2. 指導法の改善に向けて

角については、第2学年で直角、第3学年で等しい大きさの角について学習する。第4学年では、回転の角について理解できるようにすることが学習指導要領に示されている。

本単元に至るまで、長さやかさ、重さなどの量については、直接比較、間接比較、任意単位による測定、普遍単位による測定という過程を通して理解できるようにしてきた。新学習指導要領では角の大きさは、測定領域ではなく、図形領域に位置づけられている。しかし、図形の計量という観点から、直接比較や任意単位による測定を重視し、連続量の大きさとして実感できるようにすることが重要であると考えられる。

現行の教科書は、6社中4社が角をつくる活動、残りの2社が角の大きさを比べる場面を用いて導入している。このことから、現在行われている指導の多くは、単元の初めから「回転の角」を指導することを前面に押し出した指導となっていることが推測できる。

本研究では、角を見て、どんな大きさか表現できないだろうかという問題意識を育てるところから導入する。これによって、探求的な学習活動をもとに角を形だけでなく大きさのあるものとしての認識へと発展的に理解できるように計画した。

3. 提示した指導資料の主な内容

測定の考え方を生かし、既習の内容や経験をもとに児童が自ら問題を発見し、解決できるようにするため「体系化に向けた基本的な考え方」(松丸・清水、2017、PP44)を参考に、指導の在り方について考察した。

(1) 導入場面で直角の分数倍で表せる角があることを発見できるようにする

導入に用いる素材は、図1に示した扇形、三角形、五角形を用いることにした。角の大きさは、直角、 $\frac{1}{2}$ 直角、 $\frac{1}{3}$ 直角、 $\frac{2}{3}$ 直角、 $\frac{4}{3}$ 直角、 $\frac{5}{3}$ 直角の6種類となっている。

扇形を用いるのは、角は2本の直線で構成されていることを確認できるようにするためである。また、図形に動物の絵を入れたのは、「イヌの形」のように図形を指定しやすくするためである。

初めに、「5つの図形の中で角が1つだけの図形がありますが、どれですか。」と働きかけていく。こうすることで角についての基本的な知識が身についているか評価していく。次に、「いろいろな大きさの角がありますが、どんな大きさの角か言い表せるものはありますか。」と問いかけ、蛇の三角形に直角があることを指摘できるようにする。そして、どうすれば直角かどうか確かめられるか問いかけ、「三角定規や折り紙の角を重ねて確かめる。」「紙を4つに折れば直角ができる」などの反応を得る。OHC

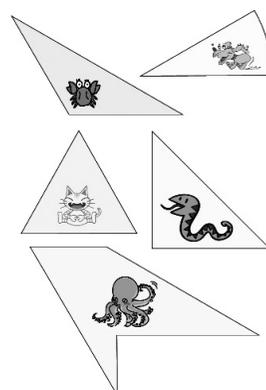


図1：いろいろな角

や児童に配布するプリントの拡大版を用いて直角を確かめる活動までは、既習の知識を用いて解決できる。

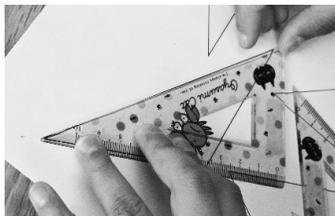


図2：三角定規で調べる

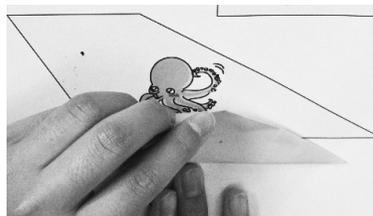


図3：折り紙を折って調べる

既習の内容について全員理解できていることを

評価できたら、「直角のほかに、どんな大きさかを言い表すことができそうな角は、ありますか。」と問いかけていく。そして、プリントした図を手元に配布することを告げるとともに、「何があれば、どんな大きさか調べられそうですか。」と問いかける。また、児童の実態によっては、「直角の大きさと比べてどんな大きさかを表すことはできないか。」と働きかけていく。こうすることで、折り紙の角を等分したり、三角定規の角を当てたりすれば、どんな大きさかを説明出来るのではないかという解決の通しが立てられるようにしていく。

分数には「分かりにくい」、「あまり使われない」などのマイナスのイメージがあるが、角の大きさや時間を表す場合などは、分数で表した方が分かりやすい場合がある。これらの場面で積極的に分数を用いて表現する活動を行えるようにしたいと考えている。

(2) 直角より大きな角についても直角の分数倍で表せることを発見する

児童は、これまでの経験から角というと尖った形をイメージしてきた。このような考え方をすると、2直角より大きな角は存在しない。しかし、直角の何倍の大きさかという見方で調べ表す活動によって、角を大きさとしてイメージできるようになると考える。

直角の3倍の角は、2枚の三角定規をT字状に当てて構成することができるが、「直角の何倍か」という意識で調べる場合、3枚の三角定規や色紙で構成できることを発見していく。T字状に置いた場合の直線部分は2枚の三角定規の直角で構成することになる。2直角は平角とも言うが、これをこれまでの角と同じ角であると統合的に見る見方の素地的な経験となる。

(3) 「角度」の用語と単位「°」及び分度器の使い方を知らせる

日常生活で直角が 90° であることを見聞きしている児童も多い。しかし、これを初めに知らせるのではなく、自分が知っている大きさの角を基準として、その何倍になっているかを調べる活動を繰り返し行うことを通して、角の大きさも長さと同じように決まった単位があることを知らせたい。このようにすることで、「倍」の見方や任意単位、普遍単位それぞれの良さを実感出来るようになると考える。

4. 実験授業の成果と改善点

前節で述べた改善策をもとにした指導資料によって、研究協力校2校に実験授業を依頼し、データを収集した。(実施時期：2017年、4月下旬から5月上旬まで、授業学級数：2校4学級、実施人数：106名)

今回は、次の2つの観点で収集したデータを分析し、次の研究への知見を得ることができた。

(1) 三角定規や直角を基準量にして直角より小さな角の大きさを表現すること

「どんな大きさの角が言い表せるものはありますか。」という問いかけに対して、すぐに「直角の $\frac{1}{2}$ の大きさ」などと自力で言い表す児童は少なかった。しかし、活動を進めるうちに何をしたらよいかを理解し、言い表せるようになった。これは、指導資料として示した内容が不十分であることを意味していると判断した。

図4の児童は、ネコの正三角形の角を「ぜんぶおなじ」、手元の角を「ほそいかく」と書き、タコの頭の上にある角を「ここは、でっかいかく」と自分なりの表現で角について書いている。

「同じ」「細い」「でっかい」は大きさを表しているのか形を表しているのか不十分な表現である。このような表現の曖昧さに気づき、大きさを簡潔・明瞭・的確に表現できるようにしようという意欲を喚起する働きかけをする必要があると考えた。

具体的には、「図を見てどんなことに気づきましたか。」と問いかけるべきであった。これをきっかけにして、個々の児童の個性に応じた気づきを大切にしながら、角の大きさに関わる表現に着目させていく。そうして「小さい角から大きい角まで順に並べてみたい。」「長さと同じように数で表せないか。」「身近にあるもののいくつ分で表せるだろうか。」というような角の大きさに対する学びに向かう願いが生まれるような具体的な働きかけが必要であると考えた。

(2) 直角より大きな角の大きさを表現すること

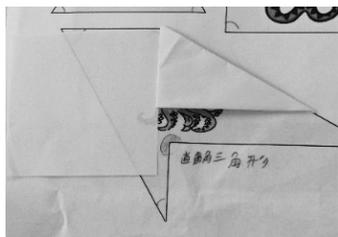


図6：直角と直角の $\frac{2}{3}$

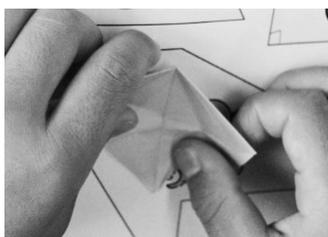


図7：直角の $\frac{5}{3}$



図8：直角の3倍

直角より大きな角を直角の何倍（いくつ分）と表す活動は、図6のように直角と直角の $\frac{2}{3}$ （倍）と表したり、図7のようにして、折り紙を使って、直角の $\frac{1}{3}$ が5つあることを見だし、 $\frac{5}{3}$ （倍）と表したりすることができていた。 $\frac{5}{3}$ のような分数は未習であるが、この活動によって自然に用いることができていたことは注視したい。なお、図8のようにして直角の3倍の大きさの角を構成することは、簡単ではなく、発見したときは、「できた！」と歓声を上げる児童もいた。

角の大きさについての指導も指示して回転の角をつくらせるのではなく、このように問題解決的な活動を通して理解できるようにすることが大切であることを実感した。

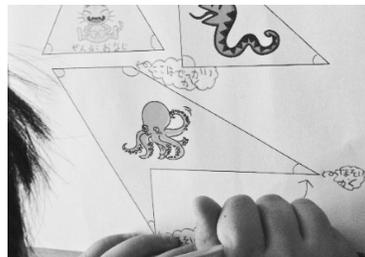


図4：自分なりの表現

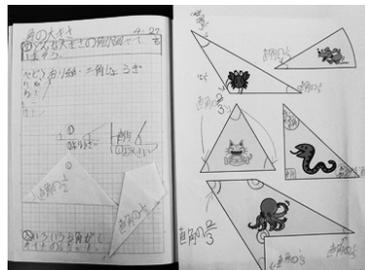


図5：第1時終了時のノート



図9：第3時終了時の板書

Ⅳ 分数の乗除法の意味の指導

1. 分数の乗除法の意味の指導上の課題

分数の乗除法の意味理解に関する全国的な学力実態調査は、近年行われていない。東京都算数教育研究会が東京都公立小学校全校に依頼して実施している学力調査では、次のような問題で調査している。

② 次の問題を読んで、答えを求める式を分数を使って書きましょう。

(1) $\frac{3}{4}$ mの鉄のぼうの重さは4 kgでした。この鉄のぼう1 mの重さは何kgですか。

(2) 1 mの重さが4 kgの鉄のぼうがあります。この鉄のぼう $\frac{3}{4}$ mの重さは何kgですか。

この問題に対する正答率は次のようである。

(1) (正答 $4 \div \frac{3}{4} \dots 46\%$) (2) (正答 $4 \times \frac{3}{4} \dots 67\%$) (平成28年度実施) (調査人数52,114人)

いずれも基本的な問題であり、分数の乗法の計算が92%、除法の計算が81%であることを考えれば、70%以上の正答率を期待したいところである。しかし、このような傾向は10年以上変わっていないことが報告されている。

このように基本的な問題でありながら十分理解できないでいる実態が継続していることからこれまでの指導の在り方を抜本的に改善しなければならないと考えた。

2. 指導法の改善に向けて

分数の乗除の演算決定が正しくできないのは、分数という数に問題があるからなのか、小数の乗除計算の場合について、前述の調査報告を見てみよう。(調査人員 55,517人)

② 下の問題を読んで、次の問いに答えましょう。

(1) 2.8Lでかべを3.5㎡ぬることができるペンキがあります。1㎡のかべをぬるのにこのペンキが何L必要ですか。(正答 $2.8 \div 3.5 \dots 57\%$)

(2) 1 mの重さが1.3kgの鉄のぼうがあります。この鉄のぼう0.8mの重さは何kgですか。(正答 $1.3 \times 0.8 \dots 67\%$)

分数の場合と比べて若干よい成績であるが、この問題も基本的なものであり、70%以上の正答率を期待したい内容である。成績が思わしくない理由に、共通点があると思われる。

いずれの問題も異種の2量の問題であり、現在、すべての教科書が異種の2量の問題場面を用いて乗除法の導入を行っている。従って、殆どの学校でこれを用いて指導していると考えられる。

(松丸, 2012) も児童が解決方法や結果を見通したり確かめたりできる場面を用いることを条件にしながらこの立場で主張してきた。

これを改め、異種の2量による導入ではなく同種の2量による導入に変えることで分数・小数の乗除法の理解を確かなものにするようになると考えた。

一方、体系的な学習指導の観点からも指導のあり方を考察した。

3. 分数の乗法の意味指導の改善策

(1) (もとにした大きさ) × (分数倍) = (調べたい大きさ) の場面で導入する

整数の乗法では(もとにした大きさ) × (倍) = (調べたい大きさ)となる場面でかけ算を導入した。(松丸・清水, 2017) 今回は、調べたい大きさがもとにした大きさの分数倍になっている場合でもかけ算の式で表すのがよいことを見いだしていけるようにする。

導入には、図10のパンダの運動場の角の大きさが何度かを折り紙の角の直角を用いて調べる活動を設定した。

角Aは直角、角Bは $\frac{1}{2}$ 直角、角Cは $\frac{2}{5}$ 直角、角Dは $\frac{1}{3}$ 直角、角Eは $\frac{5}{3}$ 直角とした。

比較量が基準量の分数倍になっていることを具体的な操作によって調べる活動は、本単元の活動に入る前に繰り返し行っている。具体的には次のようである。

第2学年、折り紙でつくった大きさをもとの折り紙の大きさを基準にして $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{3}$ などの分数を用いて表す活動。(松丸, 2015)

第3学年、秒針が1回転したとき1分間となることから、1分間を円と見て、1分間に満たない時間を分数を用いて表す活動。(現在実験中)

第4学年、角の大きさを直角を基準量にして調べ、分数を用いて表す活動(本稿)

第5学年、直径が1, 2, 3の割合になっている円で描かれた模様を観察し、 $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ 、 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ と表してよいことを説明する活動。(現在実験中)

これらの活動は、どれも分数倍を求める活動であるが、「倍」という用語を用いなくても意味が通じる。しかし、できるだけ「倍」を用いて表現し「倍は、基準量を1と見たとき比較量がどれだけになるかを表した大きさ」であることを整数、小数、分数の場合を統合して見る良さを味わわせたい。本単元の導入場面でも、操作によって基準量の分数倍を求め、比較量を乗法の式で表す活動を行うことでこれまでの分数倍についての理解を確かなものとするができると思う。

(2) 実験授業の成果と改善策

前節で述べたように分数倍について各学年で経験する場があるが、今年度実施する学年の児童は、その経験がない。そのような実態で実験授業を行った。(実施時期：2017年、4月中旬から4月下旬、授業学級数：2校4学級、実施人数：103名)

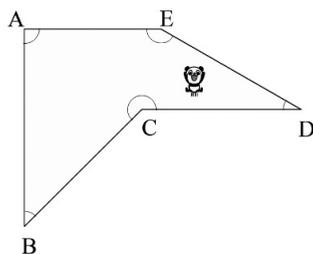


図10：パンダの運動場

学習のめあてを「角の大きさが、 90° をもとにして求めることができるとき、角の大きさはどのような式で表すのがよいか考えよう。」とした。

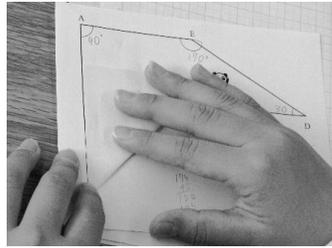


図11：直角を2等分して確かめる

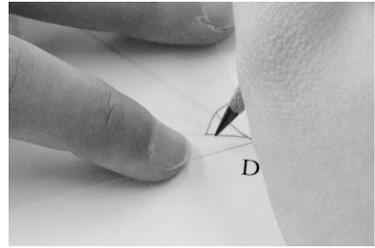


図12：直角の $\frac{1}{3}$ と見積もって調べる

半透明の色紙を用いて図11のように 45° という見通しを付けて直角を2等分して確かめたり、図12のように 30° の角を写し取って 90° の $\frac{1}{3}$ であることを確かめたりして角の大きさを調べることができた。なお、図11の児童は、この時点では角Eを 170° と見積もっている。確かめる活動をするうちに、 150° であることに気づいていった。

角の大きさを式で表す活動は、自力解決の後、グループでの話し合いが行われた。1時間目の段階では、図13のように、答えの求め方を書いている児童が大半を占めた。

図14の児童は、 90° の $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{3}$ の大きさを求める場合には分数を用いて表現するのがよいと考えている。しかし、角Cや角Eについては、すぐに判断できずにいた。図15は、2時間目の児童の表現である。ここでは、 $\frac{1}{2}$ や $\frac{1}{3}$ のいくつ分という考え方をすることで、分数のかけ算で表すとよいことを説明している。

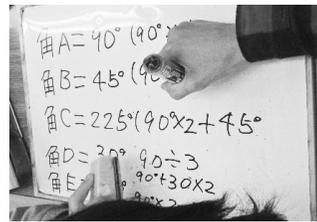


図13：整数の範囲での表現

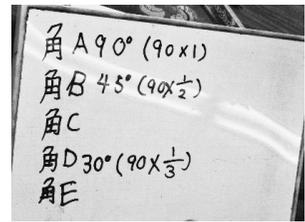


図14：分数を用いて表現

今回の実験授業で分数の乗法についても、量感を伴った具体的な活動をすることによって、探求的・発見的な問題解決による学習が実現することが明らかになった。

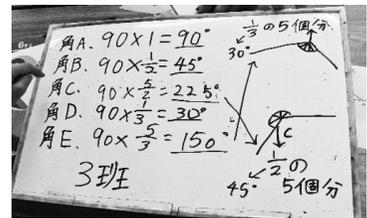


図15：分数倍を意識して表現

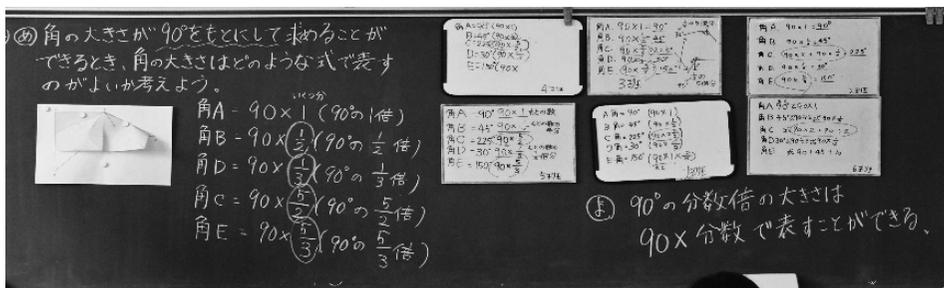


図16：2時間目終末の板書

(3) 異種の2量について乗法の式が成り立つことを確かめる活動を行う

図17は、A、B2本の紐を見せて、どんなことが言えるか問いかけた後、めあて(問)をつかむまでの板書である。Bの長さを基準にする見方とAを基準にする見方の両方が登場している。

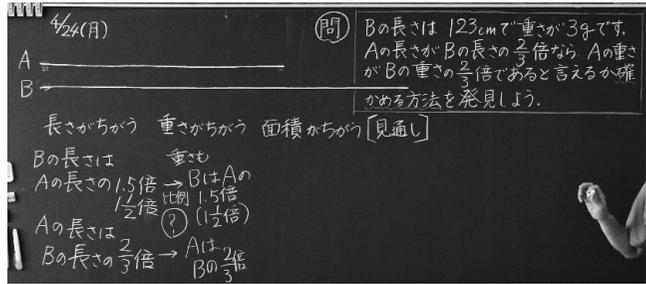


図17：紐の長さとうかさ

初めは、BはAの1.5倍という見方をしてる。これは、既習の内容であり、確実に理解できるように確認している。AはBの何倍かと考えると分数で表す方が分かりやすいことに気づいていく。そして、重さも $\frac{2}{3}$ 倍になっているか確かめる活動へと進んでいる。

図18は、重さをデジタル秤で確認している様子である。長さが $\frac{2}{3}$ 倍のとき、重さも $\frac{2}{3}$ 倍と言えるかどうかを長さや重さを実測して $123 \times \frac{2}{3} = 82$ や $2 \div 3 = \frac{2}{3}$ などの計算で確かめる活動が実現している。

図18：デジタル秤で重さを確かめる

以上の一連の活動は、児童の連続的・探求的な学習活動であり、「1mで6g、 $\frac{2}{3}$ mでは何gか。」というような分数の乗法の問題を児童が自ら発見し、解決できるようになることだけでなく、小数や整数の場合を含めて統合的に考える力を育てることになると判断した。

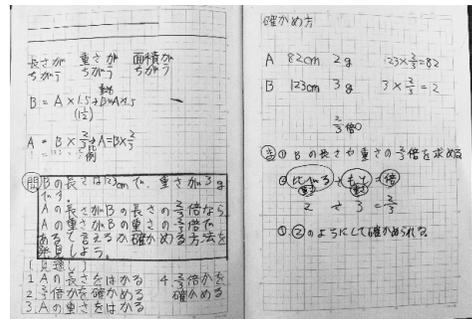


図19：まとめまでのノート

4. 分数の除法の意味指導の改善策

図20は、昨年度、教師が「高さや斜辺が次のように分数で表されているが、高さは斜辺の何倍の長さか計算で求めることはできるか。」というように提示する形式で授業を進めたときに用いた図である。この場合、児童の十分な興味・関心を得ることは難しかった。

本年度は、 $\frac{2}{3}$ mの紐を見せて、「この紐の長さとうかさをもとにして、これまでに解決していない問題に取り組みましょう。」と働きかけた後、見せた紐が何mで何gか予測させる。そして、 $\frac{2}{3}$ mで1gであることを告げ、「どんな長さなら紐の重さを計算で求められますか。」と問いかけた。この問題を解決した後、 $\frac{2}{3}$ mで1.8gの紐を用意して問題作りをさせるという指導の流れになった。児童から「また紐？」という声が聞こえた。これでは、児童の主體的で、連続的・探求的な学習とは言えないのではないかと判断した。そこで、来年度は、児童の問題意識を高め、除法の理解に向けて積極的に取

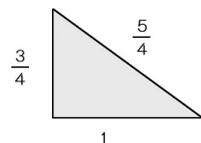


図20：長さを比べる

り組めるようにする指導について構想した。

(1) 同種の2量についての問題を作る活動で導入する

片足で何分立っているかという場面で $\frac{3}{4}$ 分間というように表せることを第3学年で学習する。(実験中)

本単元でも同様の活動を行い、分数で時間を表現するよさを感じ取るとともに、「分数でわる計算がどんなときに使う計算かを問題作りをして明らかにしよう。」という意識が高まるようにしたいと考えた。具体的には次のようにする。

閉眼で何分間立っているかを分数で表す活動をした後、図21を提示して、Aさん、Bさん、Cさんそれぞれが $\frac{1}{4}$ 分間、 $\frac{1}{2}$ 分間、 $\frac{3}{4}$ 分間立っているという場面設定をする。そして、「これまでの学習で、分数のかけ算は、ど

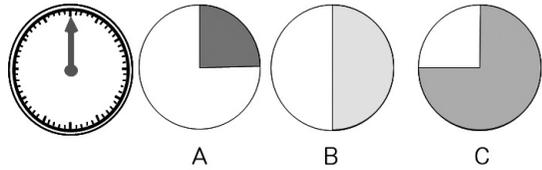


図21：分数の除法の導入

んなときに使うのか理解できるようになった。分数のわり算はどんなときに使うのか、問題を作って説明しよう。」という課題をとらえていくようにする。そして次のような問題を作る。

- ① Cさんは、Aさんの何倍の時間立っていたか。 $(\frac{3}{4}$ 分間は $\frac{1}{4}$ 分間の何倍か)
- ② Aさんは、Bさんの何倍の時間立っていたか。 $(\frac{1}{4}$ 分間は $\frac{1}{2}$ 分間の何倍か)

児童の実態によっては、2人の設定にして、他の場合については、児童が「こんな場合も比べられる。」というように発見できるようにするのもよい。

これらの問題の答えを求める式がわり算であることの説明は、次のようになる。

(ア) 倍を求めるときは、整数でも小数でも(比べる大きさ) ÷ (もとにする大きさ) = (倍)の式だった。比べる大きさが分数で表されていても同じ式で表せる。

(イ) 何倍かが分からないので、□で表すと(もとにする大きさ) × □ = (比べる大きさ)で表せる。□を求める式はかけ算の逆なので、(比べる大きさ) ÷ (もとにする大きさ)というわり算になる。

除法を用いる場面には次のような基準量を求める問題もある。

- ③ Aさんは、Cさんの時間の $\frac{1}{3}$ 倍で $\frac{1}{4}$ 分間です。Aさんの時間は何分間ですか。
- ④ Aさんは、Bさんの時間の $\frac{1}{2}$ 倍で $\frac{1}{4}$ 分間です。Bさんの時間は何分間ですか。

これまでの実態調査で明らかのように、これらの問題は、答えを求めることも難しいが作ることも難しい。しかし、除法が乗法の逆であるということに気づくことで作られると考える。即ち、倍を求めることが乗法の逆であることを根拠に除法であると説明したことに立ち返ることが重要となる。乗数を求める場合が倍を求める問題であることから被乗数を求める問題はどのような問題かと探求的に考えられるようになることを期待している。

(2) 異種の2量についての問題へ

異種の2量の問題は、比較の場面ではなく、乗法の場面で用いたような紐の長さとの重さの割合が一定の時、長さから重さを求めたり、重さから長さを求めたりする問題である。異種の2量の

場面でわり算の問題を作るのに、紐の長さや重さの2量ではなく、身近な時間と秒針の回転とを用いることにした。1分間で1回転であるが、60秒で1回転であることを確認し、時間から回転数を求めたり、回転数から時間を求めたりする問題で、わり算で答えを求める問題あるだろうかというように問いかけていきたい。そして、次のような問題を見いだせるようにしたい。

⑤ 1秒で $\frac{1}{60}$ 回転です。 $\frac{1}{4}$ 回転では何秒ですか。また、 $\frac{1}{2}$ 回転、 $\frac{3}{4}$ 回転では何秒ですか。(一方の量の倍を求めて解決する問題)

⑥ $\frac{1}{4}$ 回転で15秒です。($\frac{1}{2}$ 回転で30秒です。 $\frac{3}{4}$ 回転で45秒です。) 1回転では何秒ですか。(1に当たる大きさを求める問題)

これらの問題を作ることができるということは、回転数と時間の2量について、どのような関係にあるか理解し、除法がどのような場合に用いられる計算であるかを振り返ることで作ることができる。このように探求的な活動を行うことで除法の意味を確実に理解できるようになると考えている。

分数の除法計算の意味の指導については、解決すべき点が多い。本稿では、これまでの実験授業の問題点の概略と来年度の実験授業に向けた指導資料作成に向けた基本的な考え方を述べた。

謝辞

本研究を進めるにあたって、東京都足立区立花保小学校、同新宿区立江戸川小学校の先生方には、多大なるご協力を頂きました。ここに感謝の意を表します。

引用・参考文献

- ・松丸 剛・清水静海. (2017). 「倍と乗除計算の意味に関する体系的な学習指導 I」－かけ算とわり算の意味の導入指導－. 愛知淑徳大学論集, ー教育学研究科編ー, 第7号. Pp43-54
- ・文部科学省. (2017). 小学校学習指導要領
- ・東京都算数教育研究会・実態調査委員会. (2017). 学力実態調査の集計と考察<数と計算 数量関係>
- ・松丸 剛. (2012). 分数の乗除の意味を実感的に理解し、説明出来るようにする指導. 日本数学教育学会誌, 第94巻, 第12号. Pp 2 -12
- ・松丸 剛. (2014). 倍と第2学年の乗法の意味指導に関する研究. 愛知淑徳大学論集－教育学研究科編－, 第4号. Pp29-40
- ・松丸 剛. (2015). 分数の初期段階の指導に関する研究－1より小さい大きさを表現する活動を通して－. 愛知淑徳大学論集, ー教育学研究科編ー, 第5号. Pp43-54