

核物質の現象論的状态方程式の密度依存性

Density dependence of phenomenological equation of state of nuclear matter

親 松 和 浩

OYAMATSU Kazuhiro

キーワード : phenomenological nuclear interactions, equation of state,
nuclear structure, neutron star matter

概要

安定原子核の質量と半径を再現するような現象論的モデルは数多く存在する。これらは、対称核物質のほぼ同じ飽和密度と飽和エネルギーを与えるが、非圧縮率 K_0 と対称エネルギーの密度勾配 L の値には大きな幅がある。著者らはこれまで、未知の不安定原子核や中性子星物質の性質が主に (K_0, L) の値で予言できることを示してきた。しかし、 (K_0, L) の値は飽和点近傍の振る舞いを与える量であるので、飽和密度から離れた極端に非対称な物質の予測には限界がある。この論文では、 (K_0, L) の値による予言にどの程度の限界があるかについて、著者らの現象論的状态方程式とよく用いられる Skyrme 相互作用について定性的な検討を行った。その結果、多体項と換算質量項の違いによって原子核密度の2倍以上の高密度物質に顕著な影響があるだけでなく、1/2倍以下の密度の原子核表面や中性子星物質の構造にもある程度の影響が見込まれることが分かった。

1 はじめに

陽子と中性子からなる原子核は、太陽や地熱の熱放出の源として我々に恵みを与え、天体の内部での反応によって宇宙を構成する様々な元素を作り出す。特に、不安定な原子核の性質は、元素の起源と宇宙の進化を探る上で重要な鍵となる。2017年、欧米の共同観測チームは中性子星合体からの重力波を観測し、高密度物質の状態方程式が元素の起源の理解の鍵を握ることを示し[1, 2]、より定量的な研究が必要になった。原子核や高密度の中性子星物質の研究には、陽子と中性子（これらを核子と呼ぶ）だけからなる仮想的物質を考えると便利である。原子核物理や天体核物理の分野ではこの物質を核物質 (nuclear matter) と呼ぶ。なお、原子力発電や核兵器に使われる核燃料物質も同じく核物質と呼ばれ、一般にはこちらの方が通りが良い。しかし、本稿で扱うのは、後者ではなく、前者の陽子・中性子だけからなる仮想的物質

である。

原子核物理や天体核物理では、核物質のエネルギー、通常は核子あたりのエネルギーを核物質の状態方程式と呼ぶ。核物質の状態方程式では、陽子間のクーロン力を無視して、核子の運動エネルギーと相互作用のみを考える。

核物質の状態方程式について最も確かな知識は、安定原子核の質量と密度分布の研究から半世紀以上前から知られている原子核の飽和性である。対称核物質（陽子と中性子が同数の核物質）は、核子密度 $\approx 0.16 \text{ fm}^{-3}$ 、核子あたりのエネルギー $\approx -16 \text{ MeV}$ で飽和する。この密度とエネルギーを、それぞれ、飽和密度と飽和エネルギーといい、これらで指定される密度とエネルギー平面上の点を飽和点という。飽和密度は、原子核の中心密度に対応するので、(原子)核密度と呼ばれることが多い。

核物質の状態方程式（エネルギー）は、陽子密度と中性子密度、あるいは全核子密度（陽子と中性子の密度の和）と非対称度（中性子密度と陽子密度の差を全核子密度で割ったもの）の関数として与えられる。対称核物質の非対称度は0、中性子物質の非対称度は1である。原子核にせよ中性子星にせよ、構造は局所的な圧力平衡によって決まる。そこで、著者らは、飽和密度での圧力に関する非圧縮率 K_0 と対称エネルギーの勾配係数 L に着目して状態方程式を区別し、未知の不安定原子核や中性子星物質の性質が主に (K_0, L) の値で予言できることを示してきた[3, 4, 5, 6]。

しかし、非対称度や密度が対称核物質の飽和点から離れると、同じ (K_0, L) の値を持つ状態方程式でも違いが出てくる。原子核反応を支配する原子核表面の性質や、中性子星物質の研究には、密度が核密度と何倍も違い、非対称度が極端に大きく1に近い核物質の知識が必要になる。飽和点で決めた (K_0, L) の値で、密度と非対称度が大きく異なる物質を予測することには限界がある。

そこで本稿では、著者らが開発した親松飯田の状態方程式 (OI EOS) [3] と Skyrme 相互作用の状態方程式 [7, 8] の違いに着目して、飽和パラメーター (K_0, L) による予測の限界について定性的な検討する。

2 核物質の状態方程式と飽和パラメーター

2.1 非一様性のある核物質のエネルギー

原子核や中性子星物質のように、非一様性がそれほど大きくない核物質については、局所的なエネルギー密度 ϵ (核子あたりのエネルギーに密度をかけたもの)を局所的な中性子(陽子)数密度 $n_p(n_n)$ を用いて

$$\epsilon(n_n, n_p, \nabla n_n, \nabla n_p) = \epsilon_0(n_n, n_p) + \epsilon_g(n_n, n_p, \nabla n_n, \nabla n_p) \quad (1)$$

と近似できる。 $\epsilon_0(n_n, n_p)$ が本稿の主題である一様核物質のエネルギー密度である。

$\epsilon_g(n_n, n_p, \nabla n_n, \nabla n_p)$ は、中性子（陽子）密度の非一様性 $\nabla n_n (\nabla n_p)$ によって生じるエネルギーで、相互作用の到達距離に関連づけることができる[9]。

現象論的状態方程式は、対称核物質の飽和点近傍の実験データを基にしているため、全核子数密度と非対称度 $\alpha = (n_n - n_p)/n$ を使うと議論しやすい。そこで以下では、一様核物質の核子あたりのエネルギーを n, α の関数として

$$w(n, \alpha) = \epsilon(n_n, n_p)/n \quad (n = n_n + n_p, \alpha = (n_n - n_p)/n). \quad (2)$$

と考える。

2.2 状態方程式の飽和パラメータ

飽和パラメータは状態方程式の飽和点近傍での振る舞いを特徴付けるマクロ物理量である。まず、対称核物質 ($\alpha = 0$) の状態方程式 $w_s(n) = w(n, 0)$ について飽和密度 n_0 、飽和エネルギー w_0 、対称核物質の非圧縮率 K_0 が

$$\left. \frac{dw_s}{dn} \right|_{n=n_0} = 0, \quad w_0 = w_s(n_0), \quad K_0 = 9n_0^2 \left. \frac{d^2 w_s}{dn^2} \right|_{n=n_0} \quad (3)$$

で定義される。

非対称度 α に対する依存性は、核力の荷電対称性から $\alpha = 0$ に関して対称なので、密度依存対称エネルギー

$$S(n) = \left. \frac{\partial w(n, \alpha)}{\partial \alpha^2} \right|_{\alpha=0} \quad (4)$$

が良い指標としてよく使われる。 $S(n)$ についての主要な飽和パラメータは、対称エネルギー S_0 、対称エネルギーの勾配係数 L であり、

$$S_0 = S(n_0), \quad L = 3n_0 \left. \frac{dS}{dn} \right|_{n=n_0} \quad (5)$$

で定義される。

一様核物質の核子あたりのエネルギーは、密度依存対称エネルギーを使って

$$w(n, \alpha) \approx w_s(n) + S(n)\alpha^2 \quad (6)$$

と近似でき、さらに飽和パラメータを用いると

$$w(n, \alpha) \approx w_0 + \frac{K_0}{18n_0^2}(n - n_0)^2 + \left[S_0 + \frac{L}{3n_0}(n - n_0) \right] \alpha^2 \quad (7)$$

と近似できる。

以下では、これらの近似式(6), (7)がどの程度よいかを、非対称度 α の依存性(式(6))と密度 n の依存性(式(7))の観点から、2つの現象論的状态方程式について検討する。

3 現象論的な核物質の状態方程式の具体形

3.1 親松飯田の経験的状态方程式

親松と飯田は様々な (K_0, L) の値に対して、安定原子核の質量と半径を再現する経験的エネルギー密度 ϵ_{OI} を作成し、この状態方程式群を用いて、不安定原子核や、極端に中性子過剰な中性子星物質の構造がどのように影響するかについて検討している[3, 4, 5, 6]。

親松飯田の状態方程式(OI EOS)のエネルギー密度は、Fermi運動エネルギー密度 $t(n_n, n_p)$ に、対称核物質及び中性子物質のポテンシャルエネルギー密度 $(v_s(n)$ および $v_n(n))$ の α^2 による加重平均を加えた

$$\epsilon_{OI}(n_n, n_p, \nabla n_n, \nabla n_p) = \frac{\hbar^2}{2m}\tau + (1 - \alpha^2)v_s(n) + \alpha^2 v_n(n) + F_0|\nabla n|^2 \quad (8)$$

で与えられる。

式(8)の右辺初項が運動エネルギー密度で、

$$\tau = \tau_n + \tau_p, \quad \tau_i = \frac{3}{5} (3\pi^2)^{2/3} n_i^{5/3} \quad (i = n, p) \quad (9)$$

である。本稿では、1%にも満たない陽子中性子の質量差は無視して核子質量を m と書いて、運動エネルギー密度を議論する。

ポテンシャルエネルギー密度に関しては、 n^2 に比例する2体項と、 n^3 に比例する3体項を調整した多体項を用いて

$$v_s(n) = a_1 n^2 + \frac{a_2 n^3}{1 + a_3 n}, \quad v_n(n) = b_1 n^2 + \frac{b_2 n^3}{1 + b_3 n} \quad (10)$$

とする。式(10)の第2項の分母の $a_3 n, b_3 n$ が調整項である。 $v_s(n), v_n(n)$ の第2項は低密度で n^3 に比例して通常の3体項として働き、高密度では n^2 の依存性に近づき相対論的因果律を破らないように状態方程式を柔らかくする[10]。

F_0 も含めたOI EOSの係数は、経験的に許される (K_0, L) の値に対して、安定原子核の質量と半径を再現するように選ぶ。ただし、中性子物質の実験的情報はほとんどないため調整

項の係数はFriedmanとPandharipandeの理論計算[11]に合うように $b_3 \approx 1.6$ と固定した[12]。詳細は文献[3]を参照されたい。2017年版のOI EOS群は305のEOSからなる。

3.2 Skyrme相互作用

原子核構造研究でよく使われるSkyrme相互作用のエネルギー密度は、半古典的議論では不要なLS項を省略すると、

$$\begin{aligned}
\epsilon_{sky}(n_n, n_p, \nabla n_n, \nabla n_p) = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau \\
& + \frac{1}{2} t_0 [(1 + \frac{1}{2} x_0) n^2 - (x_0 + \frac{1}{2}) (n_n^2 + n_p^2)] \\
& + \frac{1}{12} t_3 n^\gamma [(1 + \frac{1}{2} x_3) n^2 - (x_3 + \frac{1}{2}) (n_n^2 + n_p^2)] \\
& + \frac{1}{4} [t_1 (1 + \frac{1}{2} x_1) + t_2 (1 + \frac{1}{2} x_2)] \tau n \\
& + \frac{1}{4} [t_2 (x_2 + \frac{1}{2}) - t_1 (x_1 + \frac{1}{2})] (\tau_n n_n + \tau_p n_p) \\
& + \frac{1}{16} [3t_1 (1 + \frac{1}{2} x_1) - t_2 (1 + \frac{1}{2} x_2)] |\nabla n|^2 \\
& - \frac{1}{16} [3t_1 (x_1 + \frac{1}{2}) - t_2 (x_2 + \frac{1}{2})] [|\nabla n_n|^2 + |\nabla n_p|^2] \quad (11)
\end{aligned}$$

と書ける[7, 8]。右辺3行目に現れる n^γ を含む項は多体エネルギー密度項で、 $\gamma=1$ のとき通常の3体項となるが、状態方程式を柔らかくするために $\gamma=1/6$ とすることが多い。相互作用係数 $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3$ 等の値は、量子力学的計算でいくつかの2重閉殻の原子核の質量、半径に加えて、一粒子準位のエネルギーとエネルギー間隔、換算質量などの値を合うように定める。しかし相互作用係数の値の決め方は著者の研究目的によって微妙に異なり、100を超えるバリエーションがある。

4 OI EOSとSkyrme相互作用の非対称度依存性

通常、 α に関する依存性は最低次の α^2 で近似する。この節では、最低次近似と α^4 までの近似でどの程度異なるかを吟味する。

OI EOSとSkyrme相互作用の非対称度依存性は、2体項と運動エネルギーに関しては共通である。2体項に関しては単に α^2 の依存性のみである。

運動エネルギーに関しては

$$\tau = \frac{3}{5} (3\pi^2)^{2/3} n^{5/3} \left[\left(\frac{1+\alpha}{2} \right)^{5/3} + \left(\frac{1-\alpha}{2} \right)^{5/3} \right] \quad (12)$$

なので、

$$f(\alpha) = \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^{5/3} + \left(\frac{1-\alpha}{2}\right)^{5/3} \approx 2^{-2/3} \left(1 + \frac{5}{9}\alpha^2 + \frac{5}{243}\alpha^4\right) \equiv f_a(\alpha) \quad (13)$$

が非対称度依存性を与える。

Skyrme相互作用では換算質量項 $\tau_n n_n + \tau_p n_p$ も非対称度依存性を持つ。

$$\tau_n n_n + \tau_p n_p = \frac{3}{5} (3\pi^2)^{2/3} n^{8/3} \left[\left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^{8/3} + \left(\frac{1-\alpha}{2}\right)^{8/3} \right] \quad (14)$$

なので、

$$g(\alpha) = \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^{8/3} + \left(\frac{1-\alpha}{2}\right)^{8/3} \approx 2^{-5/3} \left(1 + \frac{20}{9}\alpha^2 - \frac{16}{243}\alpha^4\right) \equiv g_a(\alpha) \quad (15)$$

が非対称度依存性を与える。

表1に、 α^2 での展開近似式の値 $f_a(\alpha), g_a(\alpha)$ が中性子物質($\alpha=1$)で真の値 $f(1)=g(1)=1$ とどれだけずれるかを示す。この表から、展開式の α^2 項まででは誤差1-2%であり、 α^4 項まで含めると誤差1%未満といずれも十分良い近似であることが分かる。

表1 α^2 で展開した近似値 $f_a(1), g_a(1)$ と真の値 $f(1)=g(1)=1$ の差。

	α^2 まで	α^4 まで
$f_a(1) - f(1)$	-0.020	-0.007
$g_a(1) - g(1)$	0.015	-0.006

5 密度依存性の違い

OI EOSの多体項は低密度ではほぼ n^2 、Skyrme相互作用の多体項は n^7 であり換算質量項は $n^{5/3}$ である。これらが2つの状態方程式で異なる密度依存性を与える。

原子核表面、中性子星物質や超新星物質の原子核 pasta相では $n_0/2$ 程度以下の密度での状態方程式が重要であり、中性子星構造では $2n_0$ 以上の密度が重要になる。表2に、 $u=n/n_0$ として、 $u=1/2, 1, 2$ での $u^{7/6}, u^{5/3}, u^2$ およびOI EOS多体項の典型例($b_3=1.6 \text{ fm}^3, n_0=0.16 \text{ fm}^{-3}$)の値を示す。この表から、密度が2倍異なると2つの状態方程式で多体項と換算質量項がかなり違ってくることが分かる。特に高密度では多体項の寄与が大きく、状態方程式の違いが顕著

になる。低密度では多体項や換算質量項はそれほど大きくないものの、原子核表面、中性子星物質や超新星物質の原子核パスタ相の構造には一定の影響を与える可能性がある。

表2 $u = n/n_0$ として、 $u = 1/2, 1, 2$ での、 $u^{7/6}$, $u^{5/3}$, u^2 および OI EOS 多体項の典型例 ($b_3 = 1.6 \text{ fm}^3$, $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$) の (近似) 値。

相互作用	$u = n/n_0$ 依存性	$u = 1/2$	$u = 1$	$u = 2$
Skyrme 多体項 ($\alpha = 1/6$)	$u^{7/6}$	0.45	1	2.2
Skyrme 換算質量項	$u^{5/3}$	0.31	1	3.2
OI EOS 多体項典型例	$\frac{1.256u^2}{1+0.256u}$	0.28	1	3.3
3 体項	u^2	0.25	1	4

6 まとめ

本研究では、原子核密度で同じ飽和条件を与える現象論的状態方程式が、中性子星のような極端に中性子過剰な物質に対して、密度が2倍違うとどの程度違ってくるかを検討した。違いの原因となる候補は非対称度依存性と密度依存性である。非対称度依存性については2%程度の違いで十分小さい。密度依存性は多体項と換算質量項から生じ、状態方程式間でこれらの差はかなり大きく、特に高密度では顕著な違いとなる。一方、低密度ではこれらの項の値はそれほど大きくないが、原子核表面、中性子星物質や超新星物質の原子核パスタ相の構造には一定の影響を与える可能性がある。

参考文献

- [1] <https://www.ligo.caltech.edu/page/press-release-gw170817>
(GW170817 Press Release、2018年2月7日取得)
- [2] E. Plan et al., Nature 551, 67 (2017).
- [3] K. Oyamatsu and K. Iida, Prog. Theor. Phys. 109, 631 (2003).
- [4] K. Oyamatsu and K. Iida, Phys. Rev. C 75, 015801 (2007).
- [5] K. Oyamatsu and K. Iida, Phys. Rev. C 81, 054302 (2010).
- [6] K. Oyamatsu, K. Iida and H. Koura, Phys. Rev. C 82, 027301 (2010).
- [7] M. Brack, C. Guet and H. -B. Håkansson, Phys. Rep. 123, 275 (1980).
- [8] 滝川昇, 「原子核物理学」(朝倉書店、現代物理学 [基礎シリーズ] 8、2013年).
- [9] K. A. Brueckner, J. R. Buchler, S. Jorna and R. J. Lombard, Phys. Rev. 171,1188 (1968).

- [10] S. A. Bludman and C. B. Dover, Phys. Rev. D 22, 1333 (1980).
- [11] B. Friedman and V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. A 361, 502 (1981).
- [12] K. Oyamatsu, Nucl. Phys. A 561, 431 (1993).