愛知淑徳大学大学院文化創造研究科紀要　第６号　2019.3　１－５

核物質の状態方程式の運動エネルギーの効果

Kinetic energy in the equation of state of nuclear matter

親　松　和　浩

OYAMATSU Kazuhiro

Keywords：phenomenological nuclear interactions, equation of state, nuclear structure, neutron star matter

概要

核物質の状態方程式の飽和パラメーターの値への運動エネルギーの寄与について検討し、典型的な値を提示する。運動エネルギーの寄与は飽和密度の 2/3 乗に比例する。そのため、圧力、非圧縮率、歪度と密度に関して高次のパラメーターになると、ポテンシャ ルエネルギーの多体項の不定性がより大きく反映するようになる。そのため、核物質の状態方程式の決定には多体エネルギー項のより良い評価が必要であることが示唆される。

１　はじめに

2017年に欧米の共同観測チームが観測した中性子星合体からの重力波の解析によって、高密度物質の状態方程式が確かに元素の起源の理解の鍵を握ることが示された [1, 2]。この観測のその後の統計解析によって、天体観測による初めての高密度物質状態方程式が報告された [3]。しかし、その不確かさはかなり大きいため、依然として原子核密度での飽和パラメーターの値に制限をつけるには至っていない。

本研究では、陽子と中性子（これらを核子と呼ぶ）だけからなる仮想的物質を考え、これを核物質（nuclear matter）と呼ぶ。原子核物理や天体核物理では、核物質のエネルギー、通常は核子あたりのエネルギーを核物質の状態方程式と呼ぶ。核物質の状態方程式では、陽子間のクーロン力を無視して、核子の運動エネルギーとポテンシャル（相互作用）エネルギーのみを考える。

核物質の状態方程式について最も確かな知識は、安定原子核の質量と密度分布の研究から半世紀以上前から知られている原子核の飽和性である。対称核物質（陽子と中性子が同数の核物質）は、核子密度 $\approx 0.16\ \mathrm{fm}^{-3}$、核子あたりのエネルギー ≈ -16 MeV で飽和する。この密度とエネルギーを、それぞれ、飽和密度と飽和エネルギーといい、これらで 指定される密度と

エネルギー平面上の点を飽和点という。飽和密度は、原子核の中心密度に対応するので、（原子）核密度とも呼ばれる。

高密度の核物質の状態方程式（エネルギー）は、核子間距離が小さくなりポテンシャルエネルギーの多体項の寄与が支配的になる考えられるが定量的な検討は未だ困難である。そこで本研究では、飽和パラメーターに対する Fermi 運動エネルギーの寄与を計算することによって、ポテンシャルエネルギーの寄与を定量的に評価検討する。

２　核物質のエネルギーと飽和パラメーター

この論文では陽子と中性子だけからなる一様核物質を考え、その一核子あたりのエネルギーを状態方程式と呼ぶ。

核物質のように多粒子系のエネルギーを考える時にはエネルギー密度から出発すると便利である。陽子と中性子の数密度がそれぞれ n_n と n_p である物質の全核子数密度を $n = n_n + n_p$、中性子過剰度を $\alpha = (n_n - n_p)/n$ と書く。この一様核物質のエネルギー密度 $\epsilon_0(n_n.n_p)$ は , Fermi 運動エネルギー密度に、対称核物質及び中性子物質のポテンシャルエネルギー密度（$v_s(n)$ および $v_n(n)$）の α^2 による加重平均を加えた

$$\epsilon_0(n_n, n_p) = \frac{\hbar^2}{2m}\tau + (1 - \alpha^2)v_s(n) + \alpha^2 v_n(n) \tag{1}$$

で近似できる。

式 (1) の右辺初項が運動エネルギー密度で、

$$\tau = \tau_n + \tau_p, \qquad \tau_i = \frac{3}{5}\left(3\pi^2\right)^{2/3} n_i^{5/3} \quad (i = n, p) \tag{2}$$

である。本稿では、１％にも満たない陽子中性子の質量差は無視して m と書いて、運動エネルギー密度を議論する。

対称核物質の飽和密度を n_0 と書く。現象論的状態方程式は、対称核物質の飽和点近傍 $((n, \alpha) \approx (n_0, 0))$ の実験データを基にするため、全核子数密度 n と非対称度 $\alpha = (n_n - n_p)/n$ を使うと便利である。本論文では、一様核物質の核子あたりのエネルギー $w(n, \alpha)$ と書く。特に重要なのは対称核物質 $(\alpha = 0)$ の状態方程式 $w_s(n) = w(n, 0)$ と中性子物質 $(\alpha = 1)$ の状態方程式 $w_n(n) = w(n, 1)$ である。また、非対称度依存性を支配する対称エネルギー

$$S(n) = \left.\frac{\partial w}{\partial \alpha^2}\right|_{\alpha=0} (\approx w_n(n) - w_s(n)) \tag{3}$$

についても考える。式 (1) のエネルギー密度やよく使われる現象論的状態方程式では、α^4 以上の高次の項は運動エネルギー（換算質量項を含む）から生じるがその値は十分小さい [7]。

現象論的状態方程式は、飽和点近傍での振る舞いを示す飽和パラメーターによって特徴づけられる。この論文では、対称核物質と中性子物質に関する 3 次微係数にまでに対応する以下の 12 の量を考える。

$$w_0 = w_s(n_0), \qquad w_{n0} = w_n(n_0), \qquad S_0 = S(n_0), \tag{4}$$

$$L_0 = 3n_0 \frac{dw_s}{dn}\bigg|_{n=n_0}, \quad L_{n0} = 3n_0 \frac{dw_n}{dn}\bigg|_{n=n_0}, \quad L = 3n_0 \frac{dS}{dn}\bigg|_{n=n_0}, \tag{5}$$

$$K_0 = 9n_0^2 \frac{d^2w_s}{dn^2}\bigg|_{n=n_0}, \quad K_{n0} = 9n_0^2 \frac{d^2w_n}{dn^2}\bigg|_{n=n_0}, \quad K_{sym} = 9n_0^2 \frac{d^2S}{dn^2}\bigg|_{n=n_0}, \tag{6}$$

$$Q_0 = 27n_0^3 \frac{d^3w_s}{dn^3}\bigg|_{n=n_0}, \; Q_{n0} = 27n_0^3 \frac{d^3w_n}{dn^3}\bigg|_{n=n_0}, \; Q_{sym} = 27n_0^3 \frac{d^3S}{dn^3}\bigg|_{n=n_0}. \tag{7}$$

なお、飽和条件

$$\frac{dw_s}{dn}\bigg|_{n=n_0} = 0 \tag{8}$$

から式 (5) で $L_0 = 0$ となる。これは運動エネルギーとポテンシャルエネルギーが相殺することを示すが、運動エネルギー効果を評価すれば、逆符号のポテンシャルエネルギーを推定する良い指標となる。

これらの飽和係数と $u = \frac{n-n_0}{3n_0}$ を用いると、$w_s(n)$、$w_n(n)$ と $S(n)$ を

$$w_s(n) = w_0 + L_0 u + \frac{1}{2}K_0 u^2 + \frac{1}{6}Q_0 u^3 + \cdots, \tag{9}$$

$$w_n(n) = w_{n0} + L_{n0} u + \frac{1}{2}K_{n0} u^2 + \frac{1}{6}Q_{n0} u^3 + \cdots, \tag{10}$$

$$S(n) = S_0 + Lu + \frac{1}{2}K_{sym} u^2 + \frac{1}{6}Q_{sym} u^3 + \cdots, \tag{11}$$

と展開することができる。

3　運動エネルギーの寄与と経験値との比較

式 (4)-(7) の飽和パラメーターに対する運動エネルギーの寄与を添え字 ”t” を加えて表すことにする。これらの寄与は全て $n_0^{2/3}$ に比例する。そこで、対称核物質の飽和エネルギー w_0 への運動エネルギーの寄与 w_{0t} のみを n_0 の式で表し、他の量は w_{0t} の何倍かで表すと次のようになる。

$$w_{0t} = \frac{3}{5}\left(\frac{3\pi^2}{2}\right)\frac{\hbar^2}{2m}n_0^{2/3}, \qquad w_{n0t} = 2^{2/3}w_{0t}, \qquad S_{0t} = \frac{5}{9}w_{0t}, \tag{12}$$

$$L_{0t} = 2w_{0t}, \qquad L_{n0t} = 2^{5/3}w_{0t}, \qquad L_t = \frac{10}{9}w_{0t}, \tag{13}$$

$$K_{0t} = -2w_{0t}, \qquad K_{n0t} = -2^{5/3}w_{0t}, \qquad K_{symt} = -\frac{10}{9}w_{0t}, \tag{14}$$

$$Q_{0t} = 8w_{0t}, \qquad Q_{n0t} = 2^{11/3}w_{0t}, \qquad Q_{symt} = \frac{40}{9}w_{0t}. \tag{15}$$

飽和密度を $n_0 = 0.16$ (fm^{-3}) としてこれらの値 (MeV) を見積もると次のようになる。

$$w_{0t} = 22.1, \qquad w_{n0t} = 35.1, \qquad S_{0t} = 12.3, \tag{16}$$

$$L_{0t} = 44.2, \qquad L_{n0t} = 70.2, \qquad L_t = 24.6, \tag{17}$$

$$K_{0t} = -44.2, \qquad K_{n0t} = -70.2, \qquad K_{symt} = -24.6, \tag{18}$$

$$Q_{0t} = 176.9, \qquad Q_{n0t} = 280.8, \qquad Q_{symt} = 98.3. \tag{19}$$

これらの運動エネルギーの寄与を、飽和パラメーターの典型的な値と比較したものを表1に示す。この表の値は、文献 [4] の MSL 0 相互作用の値を用いた。ただし、$\mathrm{L}_0 = 0$ は飽和密度の定義から、また極めて不確かな Q_0 の値は文献 [5] の中で議論された1つの保守的な評価値を用いた。

表1の結果から、エネルギー w_0, w_{n0}, S_0 や勾配項 L_0, L_{n0}, L に対しては、$n^{2/3}$ に比例する運動エネルギーはポテンシャルエネルギーと同程度の効果を与えるが、高次の密度効果の係数 K_0, K_{n0}, K_{sym} や Q_0, Q_{n0}, Q_{sym} ではポテンシャルエネルギーが支配的である。密度 n の冪と多体エネルギーの対応を考えれば、w's, L's, K's, Q's は、それぞれ2体以上、3体以上、4体以上、5体以上のエネルギー項を含み、密度微分によってより高次のエネルギー項の重みが大きくなる。

表１　対称物質の飽和エネルギー w_0、勾配パラメーター L_0、非圧縮率 K_0、歪度係数 Q_0、および対称エネルギー S_0 とそのその勾配パラメーター L の典型値（empirical）と、飽和密度を $n_0 = 0.16$ (fm^{-3}) での運動エネルギー（kinetic）とポテンシャルエネルギー（potential）の寄与の式による評価値。全ての量の単位は MeV。

	w_0	L_0	K_0	Q_0	S_0	L
empirical	-16.0	0	230	-300	30	60
kinetic	22.1	44.2	-44.2	176.9	12.3	24.6
potential	-38.1	-44.2	274.2	-476.9	17.7	35.4

４　まとめ

本研究では、核物質の状態方程式の飽和パラメーターの値への運動エネルギーの寄与について検討し、典型的な値を提示した。運動エネルギーの寄与は飽和密度の ２/３ 乗に比例する。そのため、エネルギーや密度勾配に対しては比較的大きな寄与を与えるが、高次の微係数で定義される非圧縮率や歪度に対する寄与は小さい。飽和パラメーターの値は、圧力、非圧縮率、歪度と密度に関して高次になるに従い、ポテンシャルエネルギーの多体項の不定性がより大きく反映する。そのため、核物質の状態方程式の決定には多体エネルギー項のより良い評価が必要であることが示唆される。

参考文献

[１] https://www.ligo.caltech.edu/page/press-release-gw170817
（GW170817 Press Release、2018年２月７日取得）

[２] E. Plan et al., Nature 551, 67 (2017).

[３] The LIGO Scientific Collaboration and the Virgo Collaboration, Phys. Rev. Lett. 121, 161101 (2018).

[４] L. Chen et al., Phys. Rev. C 82, 024321 (2010).

[５] I. Tews et al., Astrophys. J. 848, 105 (2017).

[６] K. Oyamatsu, Nucl. Phys. A 561, 431 (1993).

[７] 親松和浩、愛知淑徳大学大学院文化創造研究科紀要 ５, 15-22 (2018).