

ファジィ集合に対する knowledge measure の MADM への応用

上 原 衛

Abstract

複数の基準に基づいて代替案を評価し選択するという意思決定問題に遭遇した場合、最適な代替案の選択は、ある種の基準によって行われる。一般に、その選択に際しては、主観的、ないしは客観的な方法で属性の重みづけが行われ、選択比率が決定される。人間の意思決定問題のモデル化において、不確実性の側面をどのように捉えるかが問題となるが、このような問題は、多属性意思決定 (multi-attribute decision making: MADM) の下で検討される。その不確実性がランダム性によるものであれば確率論によってモデル化され、人間の行動のあいまいさや主観によるものであればファジィ理論によってモデル化される。したがって、MADA 問題に対してファジィ理論を取り入れることで代替案の選択に対する現実的な解を提供することが可能となる。

Arya & Kumar (2021) は、ファジィ・エントロピーはファジィ集合に対する不確実性、無秩序、不規則性の程度を推定するものであり、ファジィ集合に対する確実性、秩序、規則性の程度を測定するものとしてファジィ knowledge measure の存在を提示している。すなわち、ファジィ・エントロピーの値は、あるデータセットに存在するあいまいさの平均的な値を示しており、これと同様にファジィ集合に存在する knowledge の平均的な量について考えることができる。述べたうえで、このような knowledge measure はファジィ・エントロピーの dual measure となることを指摘している (Arya & Kumar, 2021)。

本研究では、ファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM 問題の解決方法について、先行研究をまとめ、その応用方法を提示する。ファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM 解決方法は、簡潔なモデルによって属性の重みを推定できる点に特徴がある。さらに、本研究では、適用例を用いて二つの先行研究のファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM への応用を比較し、考察する。

Keywords: multi-attribute decision making: MADM, fuzzy sets, knowledge measure, fuzzy entropy

1. はじめに

複数の基準に基づいて代替案を評価し選択するという意思決定を支援するために、多属性意思決定 (multi-attribute decision making: MADM) が、広く研究者や実務家によって研究されている。さらに、多くの実社会の意思決定における問題点として、定量的で明確な情報のみならず、定性的で不確か (uncertainty) であいまい (vagueness) な情報に基づいている点が存在する問題点が指摘されている。この問題点を克服するために、ファジィ集合を使った fuzzy multi-attribute decision making (FMADM) の手法が数多く提案されていることが、文献調査を行った論文で紹介されている (Zavadskas&Turskis, 2011; Liou&Tzeng, 2012; Zavadskas et al., 2014)。

確率的な不確かさは情報の取得によって減少するという観点から、その過程について確率論を基盤として体系化した理論に Shannon の情報理論があり、そこではエントロピーが基本的な役割を果たす (本多, 1992)。

一方, Zadeh (1965) 以来, 人間の情報処理過程における意味面でのあいまいさ (vagueness) をファジィ理論によって捉えようとする試みが数多くなされている。従来の集合論におけるクリスプ集合では、個々の要素 (評価項目) がその集合に属しているか否かを明確に判別することができなければならなかったのに対して、ファジィ理論におけるファジィ集合では、その境界が不明確でぼやけていることが許されるのである。

対象のあいまいさ (vagueness) をファジィ集合で表したとき、その集合全体の fuzziness の程度を示す測度として De Luca and Termini (1972) によってファジィ・エントロピーが提案されている。ファジィ・エントロピーは fuzziness の測度として妥当性があり、また有効に利用できることが分かっている (Yager, 1979)。そして、指標としてのファジィ・エントロピーの応用の範囲は広く、またこのように不確かさの様相を別の面から捉えて情報の概念と結び付けた探求を試みることは情報科学の広い発展のために極めて重要であるといわれている (本多, 1992)。したがって、De Luca and Termini (1972) のファジィ・エントロピーを用いた多くの意思決定問題に関する研究がある (Collan et al., 2015; Erol et al., 2011; Garg et al., 2015; Joshi & Kumar, 2014; Lee & Ting, 2013; Wei & Zhang, 2015)。

一方, Arya & Kumar (2021) は, ファジィ・エントロピーはファジィ集合に対する不確実性, 無秩序, 不規則性の程度を推定するものであり, ファジィ集合に対する確実性, 秩序, 規則性の程度を測定するものとしてファジィ knowledge measure の存在を提示している。すなわち, ファジィ・エントロピーの値は, あるデータセットに存在するあいまいさの平均的な値を示しており, これと同様にファジィ集合に存在する knowledge の平均的な量について考えることができると述べている。そのうえで, このような knowledge measure はファジィ・エントロピーの dual measure であることを指摘している (Arya & Kumar, 2021)。

本研究では, MADM 問題に関して, このファジィ集合に対する knowledge measure に注目する。そして, ファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM 問題の解決方

法について先行研究をまとめ、その応用方法を提示する。ファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM 解決方法は、簡潔なモデルによって属性の重みを推定できる点に特徴がある。さらに、本研究では、適用例を用いて二つの先行研究のファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM への応用を比較し、考察する。

2. 先行研究

2.1 ファジィ・エントロピー

ファジィ集合の概念は、不確実な情報をより良い方法でモデル化し処理するために、Zadeh (1965) によって開発されたものである。ファジィ集合は、ある集合に対して 0 から 1 の間のメンバーシップ度を要素 (評価項目) に割り当てることで、“属する”と“属さない”の間の状態を表現することができる。したがって、古典的な集合では描けない不確実性を、ファジィ集合によってうまく表現することができる。

エントロピーの概念は、ボルツマンが熱力学で初めて導入した。そして、エントロピーの考え方は、Shannon (1948) によって確率論を用いた通信理論の文脈で提案された。しかし、現実の問題ではさまざまな複雑さがあるため、意思決定者は確率論では捉えきれない不確実でありまちな環境の中で判断を下すことになる。このように、意思決定には常にあいまいさがあり、したがって、そのような状況下で得られる確率論に基づくエントロピーは理想的ではなく、意思決定者の判断を捉えきることができない。このような問題に対処するために、Zadeh (1965) はファジィ論理の概念を取り入れた。そして、De Luca and Termini (1971) はファジィ・エントロピーの公理的な定義を提案した。ファジィ集合のエントロピーは、そのファジィ集合に関連するあいまいさ/不正確さの量とみなされる。

De Luca and Termini (1972) のファジィ・エントロピーを以下に紹介する。

fuzziness を測る測度を d という関数で与えると、 X 上の集合族を $F(X)$ (ファジィ集合 A はその要素) としたとき、 d は $F(X)$ から $[0, +\infty]$ への写像とする。 $d(A)$ は実は多数存在するが、具体的な関数形として、De Luca and Termini (1972) は (1) 式と定義した。

$$d(A) = k \sum_{i=1}^n [-\mu_A(x_i) \log \mu_A(x_i) - (1 - \mu_A(x_i)) \log \{(1 - \mu_A(x_i))\}] \quad \dots\dots\dots (1)$$

where, k is constant such that $0 \leq d(A) \leq 1$. $\mu_A(x_i)$ are the fuzzy values.

De Luca and Termini (1972) はこれをファジィ・エントロピーとよんでいる。

2.2 ファジィ集合に対する knowledge measure

Arya & Kumar (2021) は、エントロピーの機能と knowledge measure は、どちらもファジィ

集合の研究において重要な道具であると指摘したうえで、ファジィ・エントロピーは集合間の不確実性、無秩序、不規則性の程度を推定するものであり、ファジィ knowledge measure は集合間の確実性、秩序、規則性の程度を測定するものであると述べている。ファジィ・エントロピーの値は、あるデータセットに存在するあいまいさの平均的な量を示しており、これと同じように、ファジィ集合に存在する knowledge の平均的な量について考えることができると指摘している (Arya & Kumar, 2021)。このような knowledge measure は、ファジィ・エントロピーの双対尺度 (dual measure of fuzzy entropy) と捉えられている。

Arya & Kumar (2021) は、ファジィ集合のエントロピーは、ファジィ集合に存在するあいまいさの平均的な量を与え、一方、ファジィ集合に存在する knowledge の平均量を考えることができるとし、後者は dual of fuzzy entropy であると指摘している。そして、以下の4つの性質を満たす $S(M)$ を、ファジィ集合に対する knowledge measure をとして定義している。

- S1: すべての $M \in FSs$ (ファジィ集合) に対して、 $S(M)$ は M がクリスプ集合である場合にのみ最大となる。
- S2: $S(M)$ は、 M が最もファジィな集合である場合にのみ最小となる。
- S3: M^* が M より a sharped version であるとき (あいまいさが少ない場合)、 $S(M^*) \geq S(M)$ である。
- S4: \bar{M} が M の補集合であるとき、 $S(M) = S(\bar{M})$ である。

Arya & Kumar (2021) は、ファジィ集合に対する knowledge measure を (2) 式として導入した。

$$S(M) = \log_2 \left[\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (\mu_M^2(z_i) + (1 - \mu_M(z_i))^2) \right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 n はサンプルサイズ、 $\mu_M(z_i)$ は、メンバーシップ値である。

また、Singh et al. (2019) は、ファジィ集合に対する knowledge measure を以下の (3) 式として提示している。

$$K(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2 \left[\Omega_A^2(x_i) + (1 - \Omega_A(x_i))^2 \right] - 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 n はサンプルサイズ、 $\Omega_A(x_i)$ は、メンバーシップ値である。

2.3 ファジィ集合に対する knowledge measure の MADM への応用

MADM をモデル化する際に、不確実性の側面をどのように捉えるかが問題となるが、その不確実性がランダム性によるものであれば確率論によってモデル化される。一方、あいまいさ

や主観によるものであればファジィ理論によってモデル化される。したがって、MADM 問題に対してファジィ理論を取り入れることで、代替案の選択に対する現実的な解を提供することが可能になる。また、代替案の選択に際して、その選択比率は未知であるため、これを推定するための外的基準を持たないことが多い。このように、「近づけるべき外的基準がない」場合、与えられた証拠のみでは本来は結論が得られないような「拡大推論」(Klir & Folger, 1993)の問題に相当する。この問題に対して最大エントロピー原理を利用することにより、与えられた証拠を制約としてエントロピーを最大にする確率分布を推定することが可能となる。そして、確率論に基づくエントロピー原理を、あいまいさや主観によるファジィ理論に拡張することが可能である (Klir & Folger, 1993)。

そこで、Arya & Kumar (2021) は、ファジィ・エントロピーの双対 (dual) である、ファジィ集合に対する knowledge measure を用いて属性に対する重みを決定するモデルを以下のように示している。

意思決定の knowledge の不足や制限のため、ファジィ形式は各属性の下で提供される選好や評価情報を表現する。すべての選択肢は、 $G = \{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ と表記される集合から構成される。そして、すべての属性の集合は、 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ と表される。属性の重みベクトルは $\sum_{j=1}^m w_j = 1$ を満たす $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$ である。意思決定者によって与えられるファジィ決定行列は以下のように定義される。

$$F = \begin{matrix} & A_1 & \cdots & A_m \\ \begin{matrix} G_1 \\ \vdots \\ G_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} \mu_{11} & \cdots & \mu_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{n1} & \cdots & \mu_{nm} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 μ_{ij} は属性 A_j に関する代替案 G_i の評価結果であり、メンバーシップ値の形で意思決定者から提供されるものである。

MADM 問題を解くとき、属性の重みは重要である。現実の意思決定においては、属性の重みは通常、部分的に分かっているか、完全に分かっているケースが多い。そのため、意思決定者は MADM 問題を解く際に、属性の重みを与える。しかし、属性重みの決定は主観的であり、属性重みに関する情報を十分に利用することはできない。そこで、Arya & Kumar (2021) は、(2) 式のファジィ集合に対する knowledge measure に基づいて、以下のように、属性の重みを決定するモデルを提示した。

一般に、我々は一つの属性の下ですべての代替案の評価結果が、意思決定を容易にするために充分区別されることを望む。そこで、knowledge measure の総和 (T) を最適化の目標関数として設定することができる。すべての属性の下での属性の knowledge measure の総和を最大化することで、以下のようなモデルを構築している。

$$Max T = \sum_{i=1}^n S(\mu_{ij}) \sum_{j=1}^m w_j \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし, $w \in H, \sum_{j=1}^m w_j = 1, w_j \geq 0, j=1, 2, \dots, m$

ここで, H は属性重みの未確認情報／不完全情報の集合を示し, $S(\mu_{ij})$ は(2)式で計算した knowledge measure である. 属性重みが全く分からない場合, knowledge の総和が大きい属性に重みが与えられるべきであるという考えに基づけば, 属性重みを以下の(6)式で計算できる.

$$w_j = \frac{\sum_{i=1}^n S(\mu_{ij})}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n S(\mu_{ij})} \quad \dots\dots\dots (6)$$

3. 適用例による分析と考察

3.1 データの収集と分析方法・分析結果

本研究では, MADM 問題の事例として, 著者の先行研究(上原, 2007)で行った, 投資家が企業の CSR (Corporate Social Responsibility) の取り組み姿勢に注目し, これらの非財務情報を考慮して投資先を決定する SRI (Social Responsibility Investment) スクリーニング投資銘柄選択比率決定の際の, 評価項目(要因)に対する重みの推定を適用例として取り上げる. したがって, 上原(2007)と同じ2005年3月に実施したアンケート調査データを用いる(調査対象は某投資信託会社の企画担当者(5名), 営業担当者(9名)の合計14名).

CSR の評価項目(経済面の攻め, 経済面の守り, 環境面の攻め, 環境面の守り, 社会面の攻め, 社会面の守りの6項目)と評価基準は表1に示した SAM 社の評価基準を利用した.

アンケートの質問は, 当時の日本の電機メーカー7社(日立, ソニー, 松下, 東芝, 三菱電機, 三洋電機, シャープ)に対して, 「各社の各評価項目を0点から1点(満点)で評価してください」とし, その評価値をメンバーシップ値とした. そのうえで, 14名の平均値を用いて分析した.

アンケート結果に基づく各評価項目に対するメンバーシップ値の平均値は表2のとおりである. 選択肢は, 調査当時の日本の電機メーカーであり, これらの企業の CSR 評価項目(経済面の攻め, 経済面の守り, 環境面の攻め, 環境面の守り, 社会面の攻め, 社会面の守りの6項目)を属性とする. 表2のデータを用いることによって, 2.3節のファジィ決定行列 F は, (7)式で与えることができる.

表 1 SAM 社の評価基準 (日興アセットマネジメントの「ダウジョーンズ・サステナビリティ・インデックス (ジャパン)」のパフレットより抜粋)

	(持続可能性のある商品やサービスの開発につながる戦略運営等の) 「攻め」への評価項目	(コスト削減やリスク回避等の) 「守り」への評価項目
経済面	<ul style="list-style-type: none"> ・ 戦略的事業計画, 組織展開力 ・ IT 展開, 品質の向上 ・ 研究開発投資 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 適切なコーポレートガバナンス体制 ・ 危機管理体制, 社内ルールの整備 ・ 商品リコール体制
環境面	<ul style="list-style-type: none"> ・ 環境戦略の存在 ・ 環境に関するディスクロージャー, 環境会計 ・ エコデザイン, 環境効率性を追及した商品 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 環境政策, 環境問題に対する責任者の存在 ・ 環境マネジメントシステム, 環境パフォーマンス ・ 危険物質, 環境問題に関する負の遺産
社会面	<ul style="list-style-type: none"> ・ 関係者との調和 ・ サステナビリティ・レポート, 雇用者の福利厚生, 報酬体系 ・ コミュニティ対策 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 社会問題政策, 社会問題に対する責任者 ・ IT 展開, 品質の向上労働問題対策, 紛争対策, 従業員に対する差別的処遇, 女性問題, レイオフ・組合対策 ・ 社員教育

表 2 SRI スクリーニング投資銘柄と各評価項目に対するメンバーシップ値

企業名	メンバーシップ値					
	経済面(攻め)	経済面(守り)	環境面(攻め)	環境面(守り)	社会面(攻め)	社会面(守り)
日立	0.63	0.56	0.60	0.54	0.56	0.51
ソニー	0.61	0.58	0.55	0.58	0.62	0.58
松下	0.74	0.66	0.64	0.58	0.60	0.56
東芝	0.60	0.57	0.58	0.56	0.52	0.51
三菱電機	0.59	0.59	0.59	0.55	0.53	0.48
三洋電機	0.57	0.57	0.62	0.59	0.55	0.51
シャープ	0.71	0.63	0.70	0.62	0.59	0.53

$$F = \begin{matrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \\ G_6 \\ G_7 \end{matrix} \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 & A_6 \\ 0.63 & 0.56 & 0.60 & 0.54 & 0.56 & 0.51 \\ 0.61 & 0.58 & 0.55 & 0.58 & 0.62 & 0.58 \\ 0.74 & 0.66 & 0.64 & 0.58 & 0.60 & 0.56 \\ 0.60 & 0.57 & 0.58 & 0.56 & 0.52 & 0.51 \\ 0.59 & 0.59 & 0.59 & 0.55 & 0.53 & 0.48 \\ 0.57 & 0.57 & 0.62 & 0.59 & 0.55 & 0.51 \\ 0.71 & 0.63 & 0.70 & 0.62 & 0.59 & 0.53 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式のファジィ決定行列 F を利用し, (5) 式と (6) 式から, 属性 (経済面の攻め, 経済面の守り, 環境面の攻め, 環境面の守り, 社会面の攻め, 社会面の守り) の重みを推定する. その際に, ファジィ集合に対する knowledge measure を, Arya & Kumar (2021) の (2) 式

の $S(M)$ と, Singh et al. (2019) の (3) 式の $K(A)$ を用い, 属性 (評価項目) の重みを推定する.

Arya & Kumar (2021) の (2) 式の $S(M)$ と, Singh et al. (2019) の (3) 式の $K(A)$ を用いた各属性 (経済面の攻め, 経済面の守り, 環境面の攻め, 環境面の守り, 社会面の攻め, 社会面の守り) の重みの推定値を表 3 に示す.

表 3 SRI スクリーニング投資銘柄選択に際しての属性 (要因) 重みの推定値

	knowledge measure $S(M)$	knowledge measure $K(A)$
経済面 (攻め)	0.363	0.368
経済面 (守り)	0.170	0.169
環境面 (攻め)	0.242	0.242
環境面 (守り)	0.099	0.098
社会面 (攻め)	0.097	0.096
社会面 (守り)	0.028	0.028

3.2 考察

表 3 から, Arya & Kumar (2021) の (2) 式の $S(M)$ と, Singh et al. (2019) の (3) 式の $K(A)$ で推定した属性 (評価項目) の重みは, ほぼ同様の推定結果となっていることが分かる. 2.3 節で述べたとおり, 「近づけるべき外的基準がない」場合, 与えられた証拠のみでは本来は結論が得られないような「拡大推論」(Klir & Folger, 1993) の問題に相当する. この問題に対してエントロピーを利用することにより, 与えられた証拠を制約としてエントロピーを最大にする可能解の集合を推定することが可能となる. SRI スクリーニング投資銘柄選択比率決定に際しての投資家の属性 (評価項目) の重みの推定に際して, 「近づけるべき外敵基準がない」ことを考慮すれば, Arya & Kumar (2021) の (2) 式の $S(M)$ と, Singh et al. (2019) の (3) 式の両手法で得られた属性 (評価項目) の重みは, それぞれがほぼ同様の結果となり, 良好な推定結果として捉えることができるものと考ええる.

4. おわりに

本研究では, ファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM 問題の解決方法について, 先行研究をまとめた. そして, その応用方法として, CSR の取り組み姿勢を投資家側が評価する際に生じる, 非財務データに基づく意思決定を行う際に生じる, 評価項目 (属性) の重みの推定問題に注目し適用した. すなわち, 評価項目の重みは未知であるため, これを推定するための外的基準を持たないが, このように, 「近づけるべき外的基準がない」場合, 与えられた証拠のみでは本来は結論が得られないような問題に対して, ファジィ集合に対する knowledge measure を用いた MADM を用いて解決することが可能となった.

このように, 人間の意思決定問題のモデル化に対して, その不確実性が確率論によって解決

されないことが多く、判断項目や人間の意思決定に対するあいまいさや主観による問題に対して、ファジィ理論に対する knowledge measure を用いて MADA 問題を解決することは、応用範囲が広く、今後さまざまな分野に応用ができるものと考えられる。ただし、今回参考にした先行研究においては、knowledge の総和が大きい属性に重みが与えられるべきであるという考えに基づき、属性の重みを (6) 式で求めている。これは、knowledge の総和が大きい属性に対して重みを大きくするであろうという前提に基づいている。現実問題としては、この考えは妥当と考えられるが、場合によっては、knowledge の総和は小さくても、重みは大きくする (評価の重みを大きくする) こともあるかもしれない。したがって、この点に関しては、さらなる研究が必要と考えるため、今後の研究課題としたい。

参考文献

- Arya V, Kumar S, 2021. Knowledge measure and entropy: a complementary concept in fuzzy theory. *Granul Comput.* 6(3). 631-643
- Collan, M., Fedrizzi, M., Luukka, P., 2015. New closeness coefficients for fuzzy similarity based fuzzy TOPSIS: An approach combining fuzzy entropy and multidistance. *Adv. Fuzzy Syst.* Volume. 2015(7). 1-12
- De Luca, A., Termini, S., 1972. A Definition of a Nonprobabilistic Entropy in the Setting of Fuzzy Sets Theory, *Inform. Contr.* 20(4). 301-312
- Erol, I., Sencer, S., Sari, R., 2011. A new fuzzy multi-criteria framework for measuring sustainability performance of a supply chain. *Ecol. Econ.* 70. 1088-1100
- Garg, H., Agarwal, N., Choubey, A., 2015. Entropy based multi-criteria decision making method under fuzzy environment and unknown attribute weights. *Glob. J. Technol. Optim.* 6(3). 1-4
- 本多中二, 1992. 「ファジィ・エントロピーとはなにか」, 「別冊・数理科学『エントロピー』そのさまざまな顔つき」 134-141
- Joshi, D., Kumar, S., 2014. Intuitionistic fuzzy entropy and distance measure based TOPSIS method for multi-criteria decision making. *Egypt. Inform. J.* 15. 97-104.
- Klir, G.J. and Folger, T.A., 本多中二訳 1993. 「ファジィ情報学」, 日刊工業新聞社
- Lee, S., T.O. Ting, T.O., 2013. Uncertainty evaluation via fuzzy entropy for multiple facts. *Int. J. Electronic Commer. Stud.* 4(2). 313-322
- Liou, James J.H., Tzeng, G.H., 2012. Comments on “Multiple criteria decision making (MCDM) methods in economics: an overview”. *Technol. Econ. Dev. Econ.* 18(4). 672-695
- Shannon, C.E., 1948. The mathematical theory of communication. *The Bell System Technical Journal.* 27. 379-423
- Singh S, Lalotra S, Sharma S., 2019. Dual concepts in fuzzy theory: Entropy and knowledge measure. *Int J Intell Syst.* 34. 1034-1059
- 上原衛, 2007. CSR 評価と SRI 投資銘柄選択比率決定方法—ファジィ・エントロピーに基づく拡大推論の導入—, *日本経営システム学会誌*, 23(2). 15-22
- Wei, C., Zhang, Y., 2015. Entropy measures for interval-valued intuitionistic fuzzy sets and their

- application in group decision-making. *Math. Probl. in Eng.* 1-13.
- Yager, R.R., 1979. On the measure of fuzziness and negation Part I: Membership in the unit interval. *Int. J. Gen. Syst.* 5. 221-229
- Zadeh, L.A., 1965. Fuzzy sets. *Inf. and Control.* 8. 338-353.
- Zavadskas, E. K., Turskis, Z., 2011. Multiple criteria decision making (MCDM) methods in economics: An overview. *Technol. Econ. Dev. Econ.* 17(2). 397-427.
- Zavadskas, E.K., Turskis, Z., Kildiene, S., 2014. State of art surveys of overviews on MCDM/MADM methods. *Technol. Econ. Dev. Econ.* 20(1). 165-179.